

# Estándares de Contenido y Expectativas de Grado Matemáticas

*Desarrollar líderes para el éxito*

**Publicado por**

**Departamento de Educación de Puerto Rico**

Ave. Tnte. César González, esq. Calle Juan Calaf,  
Urb. Industrial Tres Monjitas  
Hato Rey, P.R. 00917

Teléfono: (787)759-2000

© julio 2022 por el Departamento de Educación de Puerto Rico  
Reservados todos los derechos

**Imagen de portada**

Adlanis Matos Ortiz  
Estudiante  
Escuela José Collazo Colón de Juncos  
Oficina Regional Educativa de Humacao

DEPARTAMENTO DE  
**EDUCACIÓN**



# **Estándares de Contenido y Expectativas de Grado**

## **Programa de Matemáticas**

**2022**

## **NOTIFICACIÓN DE POLÍTICA PÚBLICA**

El Departamento de Educación no discrimina de ninguna manera por razón de edad, raza, color, sexo, nacimiento, condición de veterano, ideología política o religiosa, origen o condición social, orientación sexual o identidad de género, discapacidad o impedimento físico o mental; ni por ser víctima de violencia doméstica, agresión sexual o acoso.

## **NOTA ACLARATORIA**

Para propósito de carácter legal en relación con el Título VII de la Ley de Derechos Civiles de 1964; la Ley Pública 88-352, 42 USC. 2000 et seq; la Constitución del Estado Libre Asociado de Puerto Rico y el principio de economía gramatical y género no marcado de la ortografía española, el uso de términos, director, docente, maestro, estudiante, tutor, encargado y cualquier uso que pueda hacer referencia a ambos géneros, incluye tanto al masculino como al femenino.

## **VIGENCIA**

Este documento normativo tiene vigencia hasta que se realice la próxima revisión curricular conforme con el Reglamento del Currículo Escolar del Departamento de Educación de Puerto Rico vigente. Este deroga las disposiciones anteriores u otras normas establecidas que contravengan el contenido mediante política pública (cartas circulares, manuales, guías o memorandos) que estén en conflicto, en su totalidad o en parte.



## TABLA DE CONTENIDO

---

<b>MENSAJE DEL SECRETARIO .....</b>	<b>vii</b>
<b>JUNTA EDITORA .....</b>	<b>viii</b>
<b>INTRODUCCIÓN.....</b>	<b>ix</b>
<b>KINDERGARTEN.....</b>	<b>1</b>
<b>PRIMER GRADO.....</b>	<b>6</b>
<b>SEGUNDO GRADO.....</b>	<b>12</b>
<b>TERCER GRADO .....</b>	<b>20</b>
<b>CUARTO GRADO.....</b>	<b>27</b>
<b>QUINTO GRADO .....</b>	<b>35</b>
<b>SEXTO GRADO .....</b>	<b>43</b>
<b>SÉPTIMO GRADO .....</b>	<b>51</b>
<b>PREÁLGEBRA .....</b>	<b>51</b>
<b>OCTAVO GRADO .....</b>	<b>59</b>
<b>ÁLGEBRA I .....</b>	<b>59</b>
<b>NOVENO GRADO.....</b>	<b>66</b>
<b>ÁLGEBRA II .....</b>	<b>66</b>
<b>DÉCIMO GRADO.....</b>	<b>80</b>
<b>GEOMETRÍA.....</b>	<b>80</b>
<b>UNDÉCIMO GRADO.....</b>	<b>89</b>
<b>TRIGONOMETRÍA .....</b>	<b>89</b>
<b>DUODÉCIMO GRADO .....</b>	<b>95</b>
<b>ESTADÍSTICAS.....</b>	<b>95</b>
<b>DUODÉCIMO GRADO .....</b>	<b>101</b>
<b>FUNDAMENTOS DE PREPARACIÓN AL CÁLCULO .....</b>	<b>101</b>
<b>DUODÉCIMO GRADO .....</b>	<b>117</b>
<b>MATEMÁTICAS ACTUALIZADAS PARA ESCUELAS CON OFRECIMIENTO VOCACIONAL .....</b>	<b>117</b>
<b>ESCUELA SECUNDARIA.....</b>	<b>130</b>
<b>GLOSARIO MATEMÁTICO BÁSICO .....</b>	<b>165</b>
<b>GLOSARIO PEDAGÓGICO BÁSICO .....</b>	<b>227</b>

<b>SÍMBOLOS MATEMÁTICOS .....</b>	<b>235</b>
<b>FÓRMULAS.....</b>	<b>237</b>
<b>POSTULADOS, TEOREMAS Y COROLARIOS .....</b>	<b>273</b>
<b>COLABORADORES.....</b>	<b>288</b>

## MENSAJE DEL SECRETARIO

DEPARTAMENTO DE  
**EDUCACIÓN**



Secretario | Lcdo. Eliezer Ramos Parés | [ramos@de.pr.gov](mailto:ramos@de.pr.gov)

### PROYECTO DE REVISIÓN CURRICULAR DE SERVICIOS ACADÉMICOS

El Departamento de Educación de Puerto Rico (DEPR) dirige sus acciones hacia la búsqueda de la calidad y la equidad en los aprendizajes de todos nuestros estudiantes. Nuestra meta es que estén preparados para competir en igualdad de condiciones con otros ciudadanos del mundo. Los documentos que a continuación presentamos, como resultado del proceso de revisión curricular del Área de Servicios Académicos, contribuyen a lograr esta meta. Este currículo, cuyo rigor y alcance, en cada grado, está de acuerdo con las etapas de desarrollo humano de nuestros estudiantes, es riguroso, alineado y enriquecido.

En este sentido, los docentes reciben un conjunto de herramientas para desarrollar en los estudiantes los conocimientos, las destrezas y las actitudes en cada materia, fundamentados en el pensamiento crítico, el pensamiento creativo y las actitudes para el éxito académico. Además, permiten una formación integral que fortalece los aprendizajes vinculados al arte, la tecnología, la salud y la educación física considerando un enfoque de equidad y respeto hacia los estudiantes, sus intereses, aptitudes y contextos.

Son ustedes, los docentes, quienes tienen un rol protagónico en el desarrollo holístico e integral de los estudiantes. Mediante los estándares y expectativas, las competencias esenciales, los marcos curriculares, los mapas curriculares o bosquejos temáticos y los prontuarios cumplirán con esta importante misión. Esto les permitirá dirigir de manera más efectiva la planificación de la enseñanza y la acción en el salón de clases con el fin de alcanzar un aprendizaje significativo en sus alumnos.

Hemos trabajado para que cada uno de nuestros estudiantes alcancen el éxito en su vida estudiantil y personal. Agradezco a todos los que participaron en los grupos de interés y aportaron con sus conocimientos, valiosas experiencias y recomendaciones en la construcción de estas nuevas herramientas. Estoy convencido de que, con el apoyo de la comunidad escolar, la dedicación de cada maestro y el esfuerzo de nuestros estudiantes podremos avanzar hacia nuestra meta en beneficio de todos los niños y jóvenes de nuestro sistema educativo.

Lcdo. Eliezer Ramos Parés  
Secretario

Ave. Tte. César Gonzálezq. Calle Juan Calaf, Urb. Industrial Tres Mojitás, Hato Rey, Puerto Rico 00917 • P.O. Box 190799 San Juan, PR 00919-0799 • Tel. 787.739.2000 • [www.de.pr.gov](http://www.de.pr.gov)

El Departamento de Educación no discrimina de ninguna manera por razón de edad, raza, color, sexo, nacimiento, condición de veterano, ideología política o religiosa, origen o condición social, orientación sexual o identidad de género, discapacidad o impedimento físico o mental; ni por ser víctima de violencia doméstica, agresión sexual o acoso.

## **JUNTA EDITORA**

**Lcdo. Eliezer Ramos Parés**  
Secretario

**Sr. Luis González Rosario**  
Subsecretario Asociado

**Dr. Ángel A. Toledo López**  
Subsecretario para Asuntos  
Académicos y Programáticos

**Dra. Beverly Morro Vega**  
Secretaria Auxiliar de  
Servicios Académicos

**Dra. Wanda I. Riveras Rivas**  
Gerente de operaciones  
Programa de Matemáticas

## INTRODUCCIÓN

La educación matemática es una tarea de gran compromiso y relevancia, especialmente en una sociedad cambiante y que asimila los retos de la globalización. No obstante, es imperativo abordar los contenidos que se enseñan considerando los procesos, metodologías y la capacidad cognitiva del docente. Este debe facilitar los procesos cognitivos en sus estudiantes, explorar el conocimiento previo que estos tienen y planificar, de manera estructurada, lo que va a enseñar. De igual manera, es indispensable que el Programa de Matemáticas tenga un documento claro sobre lo que los estudiantes deben aprender coherente y organizadamente, manteniendo la estructura para la uniformidad en el currículo. Precisamente, este es uno de los objetivos más importantes de los estándares de contenido, los cuales proveen una guía y de dirección al maestro para desarrollar el proceso de enseñanza y aprendizaje.

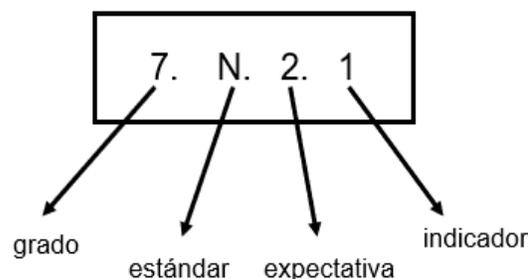
Un estándar de contenido hace referencia a las habilidades, conocimientos, actitudes y valores que se supone se enseñen y modelen por parte de los docentes y que deben ser aprendidos por los estudiantes. Además, ofrecen la oportunidad de motivar al desarrollo de nuevos recursos instruccionales y evaluaciones cónsonas a lo que se enseña verdaderamente.

Cada estándar de contenido está acompañado de varias expectativas que describen lo que se pretende que los estudiantes sean capaces de hacer al finalizar cada curso en el año escolar y a su vez, están formadas por indicadores de ejecución. Los cuales son aseveraciones que describen los resultados esperados, estos constituyen el próximo nivel de efectividad, luego de las expectativas de cada grado.

Con el fin de conocer lo que se va a enseñar, el Programa de Matemáticas tiene organizado el contenido mediante la siguiente estructura:



Ejemplo:



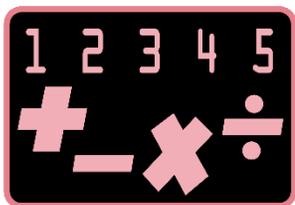
De tal manera, que mediante la enseñanza efectiva de las matemáticas se pueda:

- Eliminar las brechas persistentes en el aprendizaje, permitiendo que los estudiantes tengan mejores oportunidades y el apoyo necesario para incrementar el conocimiento matemático.
- Incrementar la cantidad de estudiantes interesados y preparados para las carreras en las ciencias, tecnología, ingeniería y matemáticas (STEM, por sus siglas en inglés), fomentando altos niveles del conocimiento.
- Incrementar las capacidades y habilidades de los estudiantes para resolver problemas en el contexto de la vida diaria.

Por lo cual, es necesario enseñar cada contenido mediante estrategias que integren situaciones de la vida diaria y esto es un criterio establecido en todos los estándares del Programa de Matemáticas. De esta manera, el estudiante conectará lo que está aprendiendo con sus ideas y experiencias previas, (Quintero, 2015). Por consiguiente, se realizó un análisis cuidadoso de la realidad problemática y poco productiva en cuanto al aprendizaje de las matemáticas y se determinó la necesidad de transformar algunos aspectos en los estándares de contenido. Los cuales se reestructuraron en algunos aspectos para facilitar el entendimiento de las destrezas que deben enseñarse. Para esto, se tomaron en cuenta las Prácticas de Enseñanza de las Matemáticas que se desglosan en los Principios para la Acción: Asegurando el Éxito en las Matemáticas para Todos (*Principles to Actions: Ensuring Mathematical Success for All*) del Consejo Nacional de Profesores de Matemáticas (NCTM) como fundamento para los estándares, expectativas e indicadores, las cuales se desglosan a continuación:

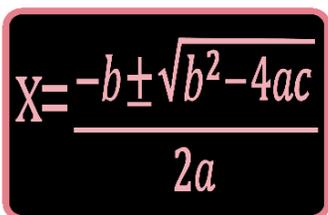
- Establecer metas matemáticas centradas en el aprendizaje.
- Implementar tareas que promuevan el razonamiento y la resolución de problemas.
- Usar y relacionar representaciones matemáticas.
- Facilitar un discurso matemático significativo y el uso de vocabulario técnico y a la vez sencillo, para la comprensión por parte del maestro y del estudiante.
- Proponer preguntas con un propósito.
- Lograr competencias procedimentales desde la comprensión conceptual.
- Apoyar el esfuerzo productivo en el aprendizaje de las matemáticas.
- Obtener y usar evidencias del pensamiento del estudiante para evaluar el progreso de comprensión matemática y ajustar continuamente la enseñanza, de manera que apoye y extienda el aprendizaje.

El Programa de Matemáticas del DEPR, conservó sus seis (6) estándares:



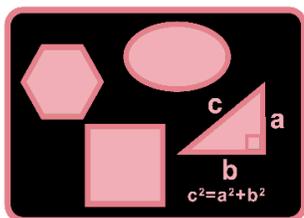
### **Numeración y operación**

Reconocer y aplicar los conceptos matemáticos al representar, estimar, realizar cálculos, relacionar números y sistemas numéricos para resolver problemas matemáticos y de la vida real.



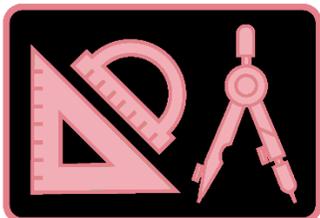
### **Álgebra**

Realizar y representar operaciones numéricas que incluyan relaciones de cantidad, funciones, análisis de cambios, emplear números, variables y signos para resolver problemas matemáticos y de la vida real.



### **Geometría**

Identificar formas y dimensiones geométricas, utilizar el conocimiento espacial para analizar sus estructuras, características, propiedades y relaciones para conocer y descubrir el entorno físico.



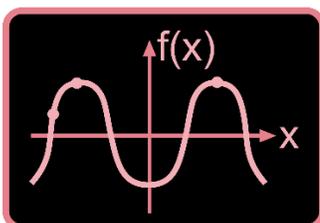
### **Medición**

Aplicar sistemas, herramientas y técnicas de medición con precisión, estableciendo conexiones entre conceptos espaciales y numéricos.



### **Análisis de datos y probabilidad**

Aplicar diferentes métodos de recopilación, organización, interpretación y representación de datos para describir, hacer inferencias, predicciones, llegar a conclusiones y tomar decisiones.



### **Funciones**

Entender, interpretar, analizar y construir modelos de diversas funciones y sus representaciones. Esto incluye las descripciones verbales, tablas, ecuaciones y gráficas para hacer predicciones y analizarlas relaciones al solucionar problemas matemáticos y de la vida diaria.

Con el propósito de que los docentes estructuren el proceso de enseñanza y aprendizaje, y utilicen un orden lógico al presentar el contenido, se realizaron los siguientes cambios a los estándares construidos en el 2014, estos son:

- Se mantuvieron los seis (6) estándares con el rigor necesario, pero se organizaron los indicadores, simplificando la cantidad de destrezas representadas en las acciones sugeridas.
- Indicadores con gran cantidad de destrezas se organizaron utilizando “*bullets*” para mayor estructura y secuencia lógica en la enseñanza.
- Algunos indicadores se movieron de una expectativa a otra o de grado, para ofrecer mayor atención a destrezas de prioridad.
- Cada curso enfatizará el estándar de mayor peso y relevancia por su contenido.
- Se eliminaron indicadores para evitar la redundancia con respecto a los conceptos y procesos a enseñarse.
- El curso de Álgebra II se impartirá en noveno grado y el de Geometría en décimo grado, lo cual permitirá mantener una secuencia lógica en la enseñanza de Álgebra y preparar los estudiantes para cursos más avanzados, con un nivel de abstracción mayor.
- Se impartirá el curso Matemática Actualizada I y II para estudiantes de duodécimo grado en escuelas con ofrecimiento ocupacional o vocacional, escuelas especializadas (excepto en Ciencias y Matemáticas) y escuelas Montessori será opcional. En este curso se trabajarán los seis (6) estándares de contenido.
- Los estándares, por medio de sus expectativas e indicadores en cada grado, integrarán el uso de la tecnología como herramienta adicional en el proceso de enseñanza y aprendizaje.
- Se enfatiza el uso de la resolución de problemas y del enfoque STEM, integrando las ciencias, tecnología, ingeniería y matemáticas, cuyo objetivo es preparar a los estudiantes para los retos y competencias del siglo XXI, y las carreras profesionales que están comenzando o aún no se han desarrollado, pero que sabemos que serán creadas.
- Se integraron los temas transversales en el desarrollo de los estándares de contenido, los cuales se presentan en los Mapas Curriculares.
- Se realizaron consideraciones al vocabulario técnico y propio de la materia para estudiantes de Puerto Rico.

El desarrollo de los estándares y la progresión curricular se presentará en el documento de alineación horizontal y vertical. La alineación horizontal es la alineación del plan de

estudios que se enseña por maestros en un mismo nivel de grado. Además, proporciona a los maestros una guía para la instrucción. De igual manera, ayuda a los estudiantes, asegurando que estén debidamente preparados para el siguiente grado.

Por otro lado, la alineación vertical significa planificar el plan en todos los niveles escolares, desde preescolar hasta la escuela secundaria, basándose en la instrucción de los estándares. La correcta alineación vertical del currículo mejora el rendimiento de los estudiantes al disminuir la cantidad de tiempo de instrucción que se consume con la re-enseñanza (Tolbert, 2021).



<b>KINDERGARTEN</b>		
<b>Numeración y Operación</b>	<b>El estudiante es capaz de reconocer y aplicar los conceptos matemáticos al representar, estimar, realizar cálculos, relacionar números y sistemas numéricos para resolver problemas matemáticos y de la vida diaria.</b>	
<b>K.N.1</b>	<b>Reconoce la relación entre los números cardinales y las cantidades que estos representan desde 0 hasta 100.</b>	
	<b>K.N.1.1</b>	Cuenta (o cuenta de memoria) números cardinales de uno en uno y de 10 en 10 hasta 100.
	<b>K.N.1.2</b>	Escribe números cardinales en forma ascendente y descendente, a partir de un número dado.
<b>K.N.2</b>	<b>Compara y ordena números cardinales hasta dos dígitos.</b>	
	<b>K.N.2.1</b>	Compara números cardinales hasta dos dígitos (es mayor, es menor o es igual).
	K.N.2.2	Ordena, de forma ascendente y descendente, números cardinales hasta dos dígitos.
	K.N.2.3	Nombra y utiliza los números ordinales (al menos hasta el sexto) para resolver problemas.
<b>K.N.3</b>	<b>Construye el significado de la suma con totales de 10 y la resta por medio de modelos concretos.</b>	
	<b>K.N.3.1</b>	Representa los conceptos de suma y resta de números cardinales hasta 10 para resolver problemas.
	<b>K.N.3.2</b>	Utiliza el algoritmo de suma con dos sumandos de números cardinales menores o iguales a 10.
	K.N.3.3	Realiza suma y resta aplicando el cálculo mental.

<b>KINDERGARTEN</b>		
<b>K.N.4</b>	<b>Identifica y representa fracciones.</b>	
	K.N.4.1	Identifica, nombra y representa la fracción unitaria $\frac{1}{2}$ .
<b>Álgebra</b>	<b>El estudiante es capaz de realizar y representar operaciones numéricas que incluyen relaciones de cantidad, funciones, análisis de cambios, emplea números, variables y signos para resolver problemas matemáticos y de la vida diaria.</b>	
<b>K.A.5</b>	<b>Interpreta y amplía patrones repetitivos y crecientes.</b>	
	<b>K.A.5.1</b>	Identifica y amplía un patrón con materiales concretos, semiconcretos, movimientos y/o sonidos en situaciones de la vida diaria.
<b>K.A.6</b>	<b>Comprende el concepto de igualdad.</b>	
	K.A.6.1	Identifica y utiliza el signo de igualdad (=) para llegar a conclusiones.
<b>Geometría</b>	<b>El estudiante es capaz de identificar formas y dimensiones geométricas, y de utilizar el conocimiento espacial a fin de analizar sus estructuras, características, propiedades y relaciones para reconocer y descubrir el entorno físico.</b>	
<b>K.G.7</b>	<b>Reconoce, identifica y nombra formas geométricas en su entorno.</b>	
	K.G.7.1	Identifica y describe figuras geométricas bidimensionales (triángulo, cuadrado, rectángulo y círculo) y tridimensionales (esfera, cubo, cilindro, cono y pirámide) en su entorno sin importar la posición.

<b>KINDERGARTEN</b>		
	K.G.7.2	Clasifica figuras geométricas bidimensionales y tridimensionales por su forma y tamaño.
	K.G.7.3	Describe la posición relativa de un objeto utilizando los siguientes términos: arriba, abajo, cerca, lejos, a un lado, enfrente, detrás, sobre, entre, afuera, adentro y junto a, entre otros.
<b>K.G.8</b>	<b>Construye y analiza figuras geométricas bidimensionales y tridimensionales.</b>	
	<b>K.G.8.1</b>	Clasifica figuras geométricas en bidimensionales o tridimensionales.
	<b>K.G.8.2</b>	Nombra y construye (dibuja) figuras geométricas bidimensionales por su forma y tamaño.
	<b>K.G.8.3</b>	Construye, traza y/o dibuja figuras bidimensionales y tridimensionales de acuerdo con patrones dados.
	<b>K.G.8.4</b>	Clasifica, reconoce y nombra figuras geométricas tridimensionales como: la esfera, el cubo, el cilindro, el cono y la pirámide.
<b>Medición</b>	<b>El estudiante es capaz de aplicar sistemas, herramientas y técnicas de medición con precisión, y establece conexiones entre conceptos espaciales y numéricos.</b>	
<b>K.M.9</b>	<b>Clasifica, compara y ordena objetos por categorías.</b>	
	<b>K.M.9.1</b>	Características de los objetos por categorías: <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Identifica,</li> <li>➤ describe,</li> <li>➤ clasifica,</li> <li>➤ compara y ordena</li> </ul> hasta tres objetos por tamaño (grande, mediano o pequeño) y/o peso.

<b>KINDERGARTEN</b>		
<b>K.M.10</b>	<b>Comprende los atributos que se pueden medir (longitud y peso, entre otros) de los objetos.</b>	
	<b>K.M.10.1</b>	Utiliza unidades no estandarizadas (manos, pies, brazos, entre otros) para medir la longitud de un objeto.
	<b>K.M.10.2</b>	Compara, contrasta y ordena objetos o sucesiones de eventos que tengan atributos comunes o se puedan medir; utiliza términos como: el más, el menos, antes, entre y después.
<b>K.M.11</b>	<b>Reconoce las relaciones de tiempo.</b>	
	<b>K.M.11.1</b>	Identifica cuál de dos actividades toma más o menos tiempo.
	<b>K.M.11.2</b>	Reconoce el concepto de tiempo y comprende que algunos eventos tienen lugar en el pasado, presente o futuro.
	<b>K.M.11.3</b>	Determina si un evento sucede en la mañana, tarde o noche.
	K.M.11.4	Identifica las partes del reloj.
	K.M.11.5	Lee e interpreta el reloj (análogo y digital) hasta la hora en punto utilizando materiales concretos y semiconcretos.
	<b>K.M.11.6</b>	Reconoce la información del calendario (Ejemplo: días de la semana y meses del año).
<b>K.M.12</b>	<b>Reconoce y aplica el valor de las monedas.</b>	
	<b>K.M.12.1</b>	Identifica el valor de las monedas (1¢, 5¢, 10¢ y 25¢).
	K.M.12.2	Utiliza monedas de 1¢ y 5¢ para resolver problemas matemáticos de suma o resta.

<b>KINDERGARTEN</b>		
<b>Análisis de datos y probabilidad</b>	<b>El estudiante es capaz de aplicar diferentes métodos de recopilación, organización, interpretación y representación de datos para describir, hacer inferencias, predicciones, llegar a conclusiones y tomar decisiones.</b>	
<b>K.E.13</b>	<b>Recopila, organiza y representa datos en gráficas pictóricas y de barra.</b>	
	<b>K.E.13.1</b>	Recopila, organiza y representa datos en gráficas pictóricas y de barra utilizando materiales concretos.
	K.E.13.2	Contesta preguntas relacionadas con los datos representados en gráficas pictóricas y de barras.
<b>K.E.14</b>	<b>Realiza predicciones para llegar a conclusiones.</b>	
	K.E.14.1	Describe sucesos como probables o no probables usando los siguientes términos: seguro, probable e imposible.

<b>PRIMER GRADO</b>		
<b>Numeración y Operación</b>	<b>El estudiante es capaz de reconocer y aplicar los conceptos matemáticos al representar, estimar, realizar cálculos, relacionar números y sistemas numéricos para resolver problemas matemáticos y de la vida diaria.</b>	
<b>1.N.1</b>	<b>Reconoce la relación entre los números cardinales hasta tres dígitos (0 al 999), las cantidades que estos representan y el valor posicional de sus dígitos.</b>	
	<b>1.N.1.1</b>	Cuenta, lee y escribe números cardinales hasta tres dígitos a partir de un número dado.
	<b>1.N.1.2</b>	Determina y escribe el número que va antes, entre y después utilizando los números cardinales hasta tres dígitos.
	<b>1.N.1.3</b>	Nombra y utiliza los números ordinales hasta el décimo para resolver problemas.
	<b>1.N.1.4</b>	Compara y ordena números cardinales hasta tres dígitos basándose en el significado de las centenas, decenas y unidades, y registra el resultado de las comparaciones utilizando los símbolos $>$ , $=$ , $<$ .
<b>1.N.2</b>	<b>Aplica el valor posicional de un número cardinal con base 10 hasta la centena.</b>	
	1.N.2.1	Representa 10 unidades como una decena, 10 decenas como una centena y 10 centenas como un millar.
	1.N.2.2	Compone y descompone números cardinales de hasta tres dígitos mediante notación desarrollada.
<b>1.N.3</b>	<b>Representa y resuelve problemas de suma con totales hasta 999 y de resta con diferencias hasta 0.</b>	

<b>PRIMER GRADO</b>		
	<b>1.N.3.1</b>	Escribe y resuelve ejercicios y problemas de aplicación de suma (hasta tres sumandos) y resta, hasta la centena.
	1.N.3.2	Aplica las propiedades (conmutativa, asociativa y el elemento identidad de la suma [0]) para efectuar operaciones de suma. Para sumar $2 + 6 + 4$ , los dos últimos números se pueden sumar para formar una decena. Por lo tanto, $2 + 6 + 4 = 2 + 10 = 12$ (propiedad asociativa de la suma). (El estudiante no tiene que conocer ni usar los nombres formales de estas propiedades).
	1.N.3.3	Suma números cardinales de hasta tres dígitos y utiliza diversas estrategias: <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ un número de dos dígitos y un número de un dígito</li> <li>➤ un número de dos dígitos con un múltiplo de 10</li> <li>➤ modelos concretos, dibujos y estrategias basadas en el valor posicional</li> <li>➤ propiedades de las operaciones y/o la relación que hay entre la suma y la resta</li> <li>➤ relaciona la estrategia con un método escrito y explica el razonamiento utilizado.</li> </ul>
	1.N.3.4	Relaciona el conteo con la suma y la resta (Ejemplo: Contar 2 hacia delante para sumar 2).
<b>1.N.4</b>	<b>Identifica y representa fracciones.</b>	
	<b>1.N.4.1</b>	Identifica, nombra y representa fracciones unitarias ( $\frac{1}{2}$ , $\frac{1}{4}$ , entre otras).
	<b>1.N.4.2</b>	Representa y compara fracciones como parte de un entero o conjunto usando materiales concretos y semiconcretos.

<b>PRIMER GRADO</b>		
	1.N.4.3	Reconoce, en forma concreta, que al unir todas las partes fraccionarias en que se divide un entero se vuelve a tener el entero.
<b>Álgebra</b>	<b>El estudiante es capaz de realizar y representar operaciones numéricas que incluyen relaciones de cantidad, funciones, análisis de cambios, emplea números, variables y signos para resolver problemas matemáticos y de la vida diaria.</b>	
<b>1.A.5</b>	<b>Reconoce, lee, describe y amplía patrones repetitivos y crecientes.</b>	
	1.A.5.1	Identifica patrones numéricos con números cardinales de hasta tres dígitos.
	<b>1.A.5.2</b>	Identifica, completa y crea patrones que incluyen: <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ modelos concretos</li> <li>➤ figuras geométricas</li> <li>➤ movimientos</li> <li>➤ sonidos</li> <li>➤ números</li> </ul> <p>Utiliza patrones para resolver problemas de la vida diaria.</p>
<b>1.A.6</b>	<b>Utiliza expresiones y relaciones numéricas para determinar si una ecuación de suma o resta es cierta o falsa.</b>	
	1.A.6.1	Reconoce y aplica el significado de los símbolos de suma, resta e igualdad.
	<b>1.A.6.2</b>	Determina si una ecuación de suma o resta es cierta o falsa.
	<b>1.A.6.3</b>	Determina el número cardinal desconocido en una ecuación de suma o resta relacionando tres números (Ejemplo: $8 + \underline{\quad} = 11$ ).

<b>PRIMER GRADO</b>		
	<b>1.A.6.4</b>	Escribe y resuelve expresiones numéricas de problemas matemáticos y de la vida diaria que expresen relaciones entre la suma y la resta hasta 100.
<b>Geometría</b>	<b>El estudiante es capaz de identificar formas y dimensiones geométricas, y de utilizar el conocimiento espacial para analizar sus estructuras, características, propiedades y relaciones a fin de reconocer y descubrir el entorno físico.</b>	
<b>1.G.7</b>	<b>Reconoce, describe, nombra, compara y compone figuras bidimensionales y tridimensionales.</b>	
	<b>1.G.7.1</b>	Figuras geométricas bidimensionales (cuadrado, círculo, triángulo, rectángulo y trapecio) <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ nombra y describe</li> <li>➤ clasifica</li> <li>➤ construye</li> </ul>
	<b>1.G.7.2</b>	Figuras geométricas tridimensionales (cilindro, esfera, pirámide, prisma rectangular, cono y cubo) <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ nombra y describe</li> <li>➤ clasifica</li> <li>➤ construye</li> <li>➤ compone y descompone</li> </ul>
<b>1.G.8</b>	<b>Identifica y traza el eje de simetría en forma concreta y semiconcreta.</b>	
	<b>1.G.8.1</b>	Identifica y traza el eje de simetría en forma concreta y semiconcreta.
<b>1.G.9</b>	<b>Reconoce y describe transformaciones en figuras bidimensionales.</b>	
	<b>1.G.9.1</b>	Identifica la rotación como una transformación en figuras bidimensionales.

<b>PRIMER GRADO</b>					
<b>Medición</b>	<b>El estudiante es capaz de aplicar sistemas, herramientas y técnicas de medición con precisión, y establece conexiones entre conceptos espaciales y numéricos.</b>				
<b>1.M.10</b>	<b>Reconoce y usa medidas de tiempo.</b>				
	<table border="1"> <tr> <td style="width: 15%;"><b>1.M.10.1</b></td> <td>Lee, escribe e interpreta el reloj (análogo y digital) hasta la media hora.</td> </tr> <tr> <td><b>1.M.10.2</b></td> <td>Lee, escribe e interpreta información del calendario (días de la semana y mes).</td> </tr> </table>	<b>1.M.10.1</b>	Lee, escribe e interpreta el reloj (análogo y digital) hasta la media hora.	<b>1.M.10.2</b>	Lee, escribe e interpreta información del calendario (días de la semana y mes).
<b>1.M.10.1</b>	Lee, escribe e interpreta el reloj (análogo y digital) hasta la media hora.				
<b>1.M.10.2</b>	Lee, escribe e interpreta información del calendario (días de la semana y mes).				
<b>1.M.11</b>	<b>Reconoce e identifica el valor de las monedas hasta 25¢ y determina equivalencias para resolver problemas.</b>				
	<table border="1"> <tr> <td style="width: 15%;"><b>1.M.11.1</b></td> <td>Utiliza diferentes combinaciones de monedas para representar equivalencia y resolver problemas en los que se determina si se puede comprar un artículo a partir de una cantidad monetaria hasta 25¢.</td> </tr> </table>	<b>1.M.11.1</b>	Utiliza diferentes combinaciones de monedas para representar equivalencia y resolver problemas en los que se determina si se puede comprar un artículo a partir de una cantidad monetaria hasta 25¢.		
<b>1.M.11.1</b>	Utiliza diferentes combinaciones de monedas para representar equivalencia y resolver problemas en los que se determina si se puede comprar un artículo a partir de una cantidad monetaria hasta 25¢.				
<b>1.M.12</b>	<b>Identifica y estima medidas estandarizadas y arbitrarias de longitud (pulgada, pie y metro).</b>				
	<table border="1"> <tr> <td style="width: 15%;"><b>1.M.12.1</b></td> <td>Utiliza medidas arbitrarias y las unidades del sistema métrico (metro) e inglés (pulgada y pie) para estimar y medir longitudes mediante el uso de instrumentos calibrados.</td> </tr> </table>	<b>1.M.12.1</b>	Utiliza medidas arbitrarias y las unidades del sistema métrico (metro) e inglés (pulgada y pie) para estimar y medir longitudes mediante el uso de instrumentos calibrados.		
<b>1.M.12.1</b>	Utiliza medidas arbitrarias y las unidades del sistema métrico (metro) e inglés (pulgada y pie) para estimar y medir longitudes mediante el uso de instrumentos calibrados.				
<b>Análisis de datos y probabilidad</b>	<b>El estudiante es capaz de aplicar diferentes métodos de recopilación, organización, interpretación y representación de datos para describir, hacer inferencias, predicciones, llegar a conclusiones y tomar decisiones.</b>				
<b>1.E.13</b>	<b>Recopila, organiza, representa e interpreta datos en gráficas de barra, gráficas pictóricas y tablas para resolver problemas matemáticos.</b>				

<b>PRIMER GRADO</b>		
	<b>1.E.13.1</b>	Identifica las partes de una gráfica (de barra y pictóricas) y de una tabla.
	<b>1.E.13.2</b>	Interpreta los datos de una gráfica (de barra y pictórica) y tabla para resolver problemas matemáticos.
	<b>1.E.13.3</b>	Usa los datos para: <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ recopilar y organizar información,</li> <li>➤ ordenar e interpretar</li> <li>➤ formular y contestar preguntas simples</li> </ul> usando materiales concretos, láminas y gráficas pictóricas relacionadas con los datos.
<b>1.E.14</b>	<b>Determina la probabilidad de un evento simple.</b>	
	<b>1.E.14.1</b>	Realiza experimentos sencillos con materiales concretos (Ejemplo: Lanzar una moneda). Hace predicciones.
	1.E.14.2	Determina el suceso más probable a partir de una información dada.

<b>SEGUNDO GRADO</b>													
<b>Numeración y Operación</b>	<b>El estudiante es capaz de reconocer y aplicar los conceptos matemáticos al representar, estimar, realizar cálculos, relacionar números y sistemas numéricos para resolver problemas matemáticos y de la vida diaria.</b>												
<b>2.N.1</b>	<b>Reconoce la relación entre los números cardinales hasta cuatro dígitos (0 al 9,999), las cantidades que estos representan y el valor posicional de sus dígitos.</b>												
	<table border="1"> <tbody> <tr> <td style="background-color: #d9ead3;"><b>2.N.1.1</b></td> <td>Cuenta, lee y escribe números cardinales hasta cuatro dígitos a partir de un número dado.</td> </tr> <tr> <td style="background-color: #d9ead3;"><b>2.N.1.2</b></td> <td>Identifica y representa el número cardinal de cuatro dígitos basándose en el significado de las unidades de millar, centenas, decenas y unidades.</td> </tr> <tr> <td style="background-color: #d9ead3;"><b>2.N.1.3</b></td> <td>Representa la respuesta de ordenar y comparar mediante:           <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ una sucesión o patrón</li> <li>➤ el uso de los signos de comparación <math>&lt;</math>, <math>&gt;</math>, o <math>=</math></li> </ul> </td> </tr> <tr> <td style="background-color: #d9ead3;"><b>2.N.1.4</b></td> <td>Reconoce e identifica los números pares e impares:           <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Determina si un conjunto de objetos tiene un número de elementos par o impar.</li> <li>➤ Reconoce que la suma de dos números pares es par y la suma de dos números impares es par.</li> </ul> </td> </tr> <tr> <td style="background-color: #d9ead3;">2.N.1.5</td> <td>Aplica el valor posicional de un número cardinal hasta cuatro dígitos para representar unidades de millar, centenas, decenas y unidades. Entiende los siguientes casos especiales:           <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Se puede decir que 100 es un grupo de diez decenas, llamado una “centena”.</li> <li>➤ Los números 100, 200, 300, 400, 500, 600, 700, 800, 900 se refieren a una, dos, tres, cuatro, cinco, seis, siete, ocho o nueve centenas (con 0 decenas y 0 unidades).</li> </ul> </td> </tr> <tr> <td style="background-color: #d9ead3;"><b>2.N.1.6</b></td> <td>Compone y descompone números cardinales hasta cuatro dígitos. Utiliza la notación desarrollada para representar números cardinales de hasta cuatro dígitos.</td> </tr> </tbody> </table>	<b>2.N.1.1</b>	Cuenta, lee y escribe números cardinales hasta cuatro dígitos a partir de un número dado.	<b>2.N.1.2</b>	Identifica y representa el número cardinal de cuatro dígitos basándose en el significado de las unidades de millar, centenas, decenas y unidades.	<b>2.N.1.3</b>	Representa la respuesta de ordenar y comparar mediante: <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ una sucesión o patrón</li> <li>➤ el uso de los signos de comparación <math>&lt;</math>, <math>&gt;</math>, o <math>=</math></li> </ul>	<b>2.N.1.4</b>	Reconoce e identifica los números pares e impares: <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Determina si un conjunto de objetos tiene un número de elementos par o impar.</li> <li>➤ Reconoce que la suma de dos números pares es par y la suma de dos números impares es par.</li> </ul>	2.N.1.5	Aplica el valor posicional de un número cardinal hasta cuatro dígitos para representar unidades de millar, centenas, decenas y unidades. Entiende los siguientes casos especiales: <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Se puede decir que 100 es un grupo de diez decenas, llamado una “centena”.</li> <li>➤ Los números 100, 200, 300, 400, 500, 600, 700, 800, 900 se refieren a una, dos, tres, cuatro, cinco, seis, siete, ocho o nueve centenas (con 0 decenas y 0 unidades).</li> </ul>	<b>2.N.1.6</b>	Compone y descompone números cardinales hasta cuatro dígitos. Utiliza la notación desarrollada para representar números cardinales de hasta cuatro dígitos.
<b>2.N.1.1</b>	Cuenta, lee y escribe números cardinales hasta cuatro dígitos a partir de un número dado.												
<b>2.N.1.2</b>	Identifica y representa el número cardinal de cuatro dígitos basándose en el significado de las unidades de millar, centenas, decenas y unidades.												
<b>2.N.1.3</b>	Representa la respuesta de ordenar y comparar mediante: <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ una sucesión o patrón</li> <li>➤ el uso de los signos de comparación <math>&lt;</math>, <math>&gt;</math>, o <math>=</math></li> </ul>												
<b>2.N.1.4</b>	Reconoce e identifica los números pares e impares: <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Determina si un conjunto de objetos tiene un número de elementos par o impar.</li> <li>➤ Reconoce que la suma de dos números pares es par y la suma de dos números impares es par.</li> </ul>												
2.N.1.5	Aplica el valor posicional de un número cardinal hasta cuatro dígitos para representar unidades de millar, centenas, decenas y unidades. Entiende los siguientes casos especiales: <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Se puede decir que 100 es un grupo de diez decenas, llamado una “centena”.</li> <li>➤ Los números 100, 200, 300, 400, 500, 600, 700, 800, 900 se refieren a una, dos, tres, cuatro, cinco, seis, siete, ocho o nueve centenas (con 0 decenas y 0 unidades).</li> </ul>												
<b>2.N.1.6</b>	Compone y descompone números cardinales hasta cuatro dígitos. Utiliza la notación desarrollada para representar números cardinales de hasta cuatro dígitos.												

<b>SEGUNDO GRADO</b>		
	<b>2.N.1.7</b>	Nombra y utiliza los números ordinales hasta el vigésimo (20) lugar para resolver problemas matemáticos.
	<b>2.N.1.8</b>	El uso de la recta numérica <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Representa números cardinales como longitudes con los puntos correspondientes a los números 0, 1, 2, ..., ubicados a la misma distancia a partir del 0.</li> </ul> Representa sumas y diferencias de números cardinales hasta 100.
<b>2.N.2</b>	<b>Aplica el valor posicional de un número cardinal con base 10 hasta la unidad de millar para realizar operaciones.</b>	
	<b>2.N.2.1</b>	Suma y resta con números hasta cuatro dígitos utilizando estrategias basadas en el valor posicional, las propiedades de las operaciones y/o la relación entre la suma y la resta: <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ sin reagrupar y</li> <li>➤ reagrupando.</li> </ul>
	<b>2.N.2.2</b>	Utiliza estrategias basadas en el valor posicional y las propiedades de la suma (identidad de la suma (0), conmutativa y asociativa) para realizar sumas de hasta cuatro sumandos.
<b>2.N.3</b>	<b>Identifica, expresa, reconoce, representa y utiliza diferentes representaciones para las fracciones y entiende que una fracción <math>\frac{n}{d}</math> se construye a partir de <math>n</math> fracciones unitarias de la forma <math>\frac{1}{d}</math>.</b>	
	<b>2.N.3.1</b>	Identifica, reconoce y escribe diferentes representaciones para las fracciones usando materiales concretos y semiconcretos.
	<b>2.N.3.2</b>	Representa y compara fracciones como parte de un entero o conjunto usando materiales concretos y semiconcretos.
<b>2.N.4</b>	<b>Representa y resuelve problemas de suma y resta con números cardinales hasta cuatro dígitos.</b>	

<b>SEGUNDO GRADO</b>		
	<b>2.N.4.1</b>	Representa el proceso de suma y resta hasta cuatro dígitos por medio de materiales concretos y representaciones semiconcretas.
	<b>2.N.4.2</b>	Utiliza estrategias para resolver ejercicios de suma y resta de cuatro dígitos: <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ materiales concretos y representación semiconcreta,</li> <li>➤ estimación,</li> <li>➤ cálculo mental.</li> </ul>
	<b>2.N.4.3</b>	Resuelve problemas de suma y resta en situaciones cotidianas: <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ utiliza la relación inversa entre la suma y la resta para resolver problemas y comprobar resultados, y</li> <li>➤ expresa la respuesta en forma verbal o numérica.</li> </ul>
<b>2.N.5</b>	<b>Comprende e interpreta los arreglos rectangulares como modelos de multiplicación con factores iguales o menores a 5.</b>	
	<b>2.N.5.1</b>	Utiliza sumas repetidas para representar y determinar el proceso de multiplicar por medio de: <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ dibujos, ilustraciones, materiales concretos y semiconcretos,</li> <li>➤ arreglos rectangulares.</li> </ul>
<b>2.N.6</b>	<b>Representa la división como la distribución de objetos en grupos iguales utilizando materiales concretos y semiconcretos, e interpreta y utiliza la resta repetida como una división.</b>	
	2.N.6.1	Representa la división con o sin residuo mediante: <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ el uso de dibujos e ilustraciones,</li> <li>➤ el uso de materiales concretos y semiconcretos,</li> <li>➤ la resta repetida, y</li> <li>➤ reconoce y distingue entre los símbolos de <math>-</math> y <math>\div</math>.</li> </ul>

<b>SEGUNDO GRADO</b>		
<b>Álgebra</b>	<b>El estudiante es capaz de realizar y representar operaciones numéricas que incluyen relaciones de cantidad, funciones, análisis de cambios, emplea números, variables y signos para resolver problemas matemáticos y de la vida diaria.</b>	
<b>2.A.7</b>	<b>Reconoce, lee, describe y amplía patrones repetitivos y crecientes.</b>	
	<b>2.A.7.1</b>	Reconoce patrones numéricos <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Cuenta de 5 en 5, de 10 en 10 y de 100 en 100.</li> <li>➤ Completa diferentes tablas basadas en una regla para revelar patrones.</li> <li>➤ Reconoce y describe patrones (ascendentes y descendentes) de su diario vivir.</li> <li>➤ Amplía y crea patrones (ascendentes y descendentes) de su diario vivir.</li> </ul>
<b>2.A.8</b>	<b>Utiliza las propiedades como estrategias para efectuar operaciones (suma, resta y multiplicación) en diferentes contextos.</b>	
	<b>2.A.8.1</b>	Utiliza las propiedades conmutativa, asociativa e identidad de la suma y multiplicación para sumar y multiplicar números cardinales (usando combinaciones hasta la tabla del 5).
<b>2.A.9</b>	<b>Aplica el concepto de igualdad.</b>	
	<b>2.A.9.1</b>	Identifica, demuestra y establece relaciones de igualdad numérica utilizando palabras, modelos y símbolos.
<b>2.A.10</b>	<b>Utiliza expresiones y relaciones numéricas para describir cambios cuantitativos.</b>	
	<b>2.A.10.1</b>	Escribe una ecuación para expresar números pares como una suma de dos sumandos iguales.

<b>SEGUNDO GRADO</b>		
	<b>2.A.10.2</b>	Utiliza la suma para reconocer el número total de objetos que hay ordenados en arreglos rectangulares de hasta 5 filas y 5 columnas para determinar combinaciones básicas.
	<b>2.A.10.3</b>	Investiga y analiza cómo un cambio en una variable independiente (manipulada) afecta la variable dependiente (de respuesta).
<b>Geometría</b>	<b>El estudiante es capaz de identificar formas y dimensiones geométricas, y de utilizar el conocimiento espacial para analizar sus estructuras, características, propiedades y relaciones a fin de reconocer y descubrir el entorno físico.</b>	
<b>2.G.11</b>	<b>Identifica y describe las características de las figuras geométricas bidimensionales y tridimensionales.</b>	
	<b>2.G.11.1</b>	Figuras geométricas tridimensionales (cilindro, esfera, pirámide, prisma rectangular, cono y cubo) <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Identifica y describe los atributos (caras, aristas y vértices).</li> <li>➤ Compara y contrasta.</li> <li>➤ Construye por atributos.</li> <li>➤ Compone y descompone figuras para formar otras figuras.</li> </ul>
	<b>2.G.11.2</b>	Figuras geométricas bidimensionales (triángulos, cuadriláteros, pentágonos, hexágonos) <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Identifica y describe.</li> <li>➤ Compara y contrasta.</li> <li>➤ Construye por atributos (lados y ángulos).</li> </ul>
<b>2.G.12</b>	<b>Reconoce y describe transformaciones en figuras bidimensionales.</b>	
	<b>2.G.12.1</b>	Reconoce y describe transformaciones de figuras geométricas bidimensionales <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ traslación</li> <li>➤ rotación</li> <li>➤ reflexión</li> </ul>

<b>SEGUNDO GRADO</b>											
<b>2.G.13</b>	<b>Resuelve problemas matemáticos utilizando conceptos geométricos relacionados con la vida diaria y con el mundo del trabajo.</b>										
	<table border="1"> <tr> <td style="background-color: #e0e0e0;"><b>2.G.13.1</b></td> <td>Determina si una figura geométrica tiene eje de simetría y lo traza.</td> </tr> <tr> <td style="background-color: #e0e0e0;"><b>2.G.13.2</b></td> <td>Identifica en la arquitectura y en su entorno estructuras que tienen eje de simetría y explica cómo se determina si tiene simetría o no.</td> </tr> </table>	<b>2.G.13.1</b>	Determina si una figura geométrica tiene eje de simetría y lo traza.	<b>2.G.13.2</b>	Identifica en la arquitectura y en su entorno estructuras que tienen eje de simetría y explica cómo se determina si tiene simetría o no.						
<b>2.G.13.1</b>	Determina si una figura geométrica tiene eje de simetría y lo traza.										
<b>2.G.13.2</b>	Identifica en la arquitectura y en su entorno estructuras que tienen eje de simetría y explica cómo se determina si tiene simetría o no.										
<b>Medición</b>	<b>El estudiante es capaz de aplicar sistemas, herramientas y técnicas de medición con precisión, y establece conexiones entre conceptos espaciales y numéricos.</b>										
<b>2.M.14</b>	<b>Identifica y utiliza unidades estandarizadas de longitud, peso y capacidad.</b>										
	<table border="1"> <tr> <td style="background-color: #e0e0e0;"><b>2.M.14.1</b></td> <td>Estima y mide longitudes utilizando unidades estandarizadas (pulgadas, pies, centímetros y metros).</td> </tr> <tr> <td style="background-color: #e0e0e0;"><b>2.M.14.2</b></td> <td>Selecciona la herramienta adecuada (cinta de medir, regla, yarda o metro) para medir la longitud de un objeto.</td> </tr> <tr> <td style="background-color: #e0e0e0;">2.M.14.3</td> <td>Usa la suma y la resta hasta 100 para resolver problemas matemáticos que incluyan longitudes en las mismas unidades.</td> </tr> <tr> <td style="background-color: #e0e0e0;"><b>2.M.14.4</b></td> <td>Describe la relación entre pulgada, pie y yarda, así como la relación entre milímetro, centímetro y metro.</td> </tr> <tr> <td style="background-color: #e0e0e0;"><b>2.M.14.5</b></td> <td>Estima y utiliza las medidas del sistema métrico e inglés para comparar peso y capacidad en ambos sistemas.</td> </tr> </table>	<b>2.M.14.1</b>	Estima y mide longitudes utilizando unidades estandarizadas (pulgadas, pies, centímetros y metros).	<b>2.M.14.2</b>	Selecciona la herramienta adecuada (cinta de medir, regla, yarda o metro) para medir la longitud de un objeto.	2.M.14.3	Usa la suma y la resta hasta 100 para resolver problemas matemáticos que incluyan longitudes en las mismas unidades.	<b>2.M.14.4</b>	Describe la relación entre pulgada, pie y yarda, así como la relación entre milímetro, centímetro y metro.	<b>2.M.14.5</b>	Estima y utiliza las medidas del sistema métrico e inglés para comparar peso y capacidad en ambos sistemas.
<b>2.M.14.1</b>	Estima y mide longitudes utilizando unidades estandarizadas (pulgadas, pies, centímetros y metros).										
<b>2.M.14.2</b>	Selecciona la herramienta adecuada (cinta de medir, regla, yarda o metro) para medir la longitud de un objeto.										
2.M.14.3	Usa la suma y la resta hasta 100 para resolver problemas matemáticos que incluyan longitudes en las mismas unidades.										
<b>2.M.14.4</b>	Describe la relación entre pulgada, pie y yarda, así como la relación entre milímetro, centímetro y metro.										
<b>2.M.14.5</b>	Estima y utiliza las medidas del sistema métrico e inglés para comparar peso y capacidad en ambos sistemas.										
<b>2.M.15</b>	<b>Reconoce y utiliza las unidades de tiempo.</b>										

<b>SEGUNDO GRADO</b>		
	<b>2.M.15.1</b>	Lee, escribe e interpreta la hora en relojes análogos y digitales hasta los 5 minutos más cercanos, usa a.m. y p.m. y resuelve problemas de la vida diaria.
	<b>2.M.15.2</b>	Lee, identifica e interpreta información sobre el calendario.
<b>2.M.16</b>	<b>Resuelve problemas matemáticos con cantidades de dinero hasta el dólar.</b>	
	<b>2.M.16.1</b>	Lee, escribe y representa cantidades monetarias y sus equivalencias; incluye 1¢, 5¢, 10¢, 25¢ hasta el \$1.00.
	<b>2.M.16.2</b>	Resuelve problemas matemáticos con billetes de un dólar y monedas de 1¢, 5¢, 10¢ y 25¢, utilizando los símbolos \$ y ¢.
<b>2.M.17</b>	<b>Determina el perímetro y el área al utilizar modelos concretos y semiconcretos.</b>	
	<b>2.M.17.1</b>	Determina el perímetro al utilizar modelos concretos y semiconcretos en: <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ cuadrados</li> <li>➤ rectángulos</li> <li>➤ rombos</li> <li>➤ paralelogramos</li> <li>➤ trapecios</li> <li>➤ triángulos</li> <li>➤ otros polígonos</li> </ul>
	<b>2.M.17.2</b>	Determina el área utilizando modelos concretos y semiconcretos en <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ cuadrados y</li> <li>➤ rectángulos</li> </ul> con factores iguales o menores de 5.

<b>SEGUNDO GRADO</b>		
<b>Análisis de datos y probabilidad</b>	<b>El estudiante es capaz de aplicar diferentes métodos de recopilación, organización, interpretación y representación de datos para describir, hacer inferencias, predicciones, llegar a conclusiones y tomar decisiones.</b>	
<b>2.E.18</b>	<b>Resuelve problemas matemáticos utilizando datos presentados en tablas, gráficas de barras y pictóricas.</b>	
	<b>2.E.18.1</b>	Utiliza la información presentada en una tabla, gráfica pictórica o de barras para resolver problemas matemáticos y contestar preguntas.
<b>2.E.19</b>	<b>Determina la probabilidad de un evento simple.</b>	
	2.E.19.1	Realiza experimentos de probabilidad con materiales concretos y datos cuantitativos (Ejemplo: Lanzar una moneda).
	<b>2.E.19.2</b>	Determina el suceso más probable a partir de una información dada. (Ejemplo: En una ruleta dividida en cuatro partes iguales, tres partes son amarillas y una es verde. Al girar la flecha, ¿cuál es el suceso más probable?).

<b>TERCER GRADO</b>							
<b>Numeración y Operación</b>	<b>El estudiante es capaz de reconocer y aplicar los conceptos matemáticos al representar, estimar, realizar cálculos, relacionar números y sistemas numéricos para resolver problemas matemáticos y de la vida diaria.</b>						
<b>3.N.1</b>	<b>Reconoce la relación entre los números, las cantidades que estos representan, el valor y el lugar posicional de los dígitos de números cardinales hasta cinco dígitos (0 al 99,999).</b>						
	<table border="1"> <tr> <td style="background-color: #d9c7c7;"><b>3.N.1.1</b></td> <td>           Utiliza la recta numérica y modelos concretos y semiconcretos para:           <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ contar, leer y escribir,</li> <li>➤ identificar y representar números cardinales hasta cinco dígitos.</li> </ul> </td> </tr> <tr> <td style="background-color: #d9c7c7;">3.N.1.2</td> <td>           Utiliza patrones y sucesiones (de 100 en 100, de 1,000 en 1,000) a partir de un número dado para:           <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ contar, leer y escribir,</li> <li>➤ identificar y representar,</li> <li>➤ componer y descomponer y</li> <li>➤ redondear (hasta la decena y centena más cercanas)</li> </ul>           números cardinales hasta cinco dígitos.         </td> </tr> <tr> <td style="background-color: #d9c7c7;">3.N.1.3</td> <td>           Reconoce y utiliza el valor posicional de los dígitos de números cardinales hasta cinco dígitos.           <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Compara y ordena números en forma ascendente y descendente utilizando la recta numérica.</li> <li>➤ Aplica la notación desarrollada para representar números.</li> </ul> </td> </tr> </table>	<b>3.N.1.1</b>	Utiliza la recta numérica y modelos concretos y semiconcretos para: <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ contar, leer y escribir,</li> <li>➤ identificar y representar números cardinales hasta cinco dígitos.</li> </ul>	3.N.1.2	Utiliza patrones y sucesiones (de 100 en 100, de 1,000 en 1,000) a partir de un número dado para: <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ contar, leer y escribir,</li> <li>➤ identificar y representar,</li> <li>➤ componer y descomponer y</li> <li>➤ redondear (hasta la decena y centena más cercanas)</li> </ul> números cardinales hasta cinco dígitos.	3.N.1.3	Reconoce y utiliza el valor posicional de los dígitos de números cardinales hasta cinco dígitos. <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Compara y ordena números en forma ascendente y descendente utilizando la recta numérica.</li> <li>➤ Aplica la notación desarrollada para representar números.</li> </ul>
<b>3.N.1.1</b>	Utiliza la recta numérica y modelos concretos y semiconcretos para: <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ contar, leer y escribir,</li> <li>➤ identificar y representar números cardinales hasta cinco dígitos.</li> </ul>						
3.N.1.2	Utiliza patrones y sucesiones (de 100 en 100, de 1,000 en 1,000) a partir de un número dado para: <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ contar, leer y escribir,</li> <li>➤ identificar y representar,</li> <li>➤ componer y descomponer y</li> <li>➤ redondear (hasta la decena y centena más cercanas)</li> </ul> números cardinales hasta cinco dígitos.						
3.N.1.3	Reconoce y utiliza el valor posicional de los dígitos de números cardinales hasta cinco dígitos. <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Compara y ordena números en forma ascendente y descendente utilizando la recta numérica.</li> <li>➤ Aplica la notación desarrollada para representar números.</li> </ul>						
<b>3.N.2</b>	<b>Interpreta y representa fracciones.</b>						

<b>TERCER GRADO</b>		
	<b>3.N.2.1</b>	Representación de fracciones <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Utiliza partes sombreadas de un entero o un conjunto para identificar, nombrar y representar fracciones, fracciones homogéneas y equivalentes con denominadores hasta el 10.</li> <li>➤ Utiliza modelos concretos, semiconcretos y la recta numérica para identificar y localizar fracciones, fracciones homogéneas y equivalentes con denominadores hasta el 10.</li> </ul>
	3.N.2.2	Determina equivalencia de fracciones y las compara <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Reconoce y forma fracciones equivalentes simples (Ejemplo: <math>\frac{1}{2} = \frac{2}{4}</math>; <math>\frac{4}{6} = \frac{2}{3}</math>) y explica por qué son equivalentes utilizando modelos concretos y semiconcretos.</li> <li>➤ Expresa números cardinales como fracciones y reconoce fracciones que equivalen a números cardinales.</li> <li>➤ Compara dos fracciones utilizando los signos <math>&gt;</math>, <math>=</math>, o <math>&lt;</math> y justifica las conclusiones.</li> </ul>
<b>3.N.3</b>	<b>Estima y resuelve problemas de suma y resta de hasta cinco dígitos.</b>	
	3.N.3.1	Calcula la suma y resta de números cardinales hasta cinco dígitos reagrupando y sin reagrupar mediante estrategias de estimación para resolver problemas.
	<b>3.N.3.2</b>	Realiza sumas y restas de fracciones homogéneas para resolver problemas de la vida diaria.
<b>3.N.4</b>	<b>Representa y resuelve problemas de multiplicación y división de números cardinales.</b>	
	3.N.4.1	Demuestra y desarrolla el cálculo mental en combinaciones básicas de multiplicación y división de números cardinales entre 1 y 10: <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ representa las combinaciones básicas de división a partir de la multiplicación;</li> <li>➤ utiliza la relación inversa entre la multiplicación y división para hacer cálculos, comprobar resultados y resolver problemas;</li> <li>➤ interpreta los productos y cocientes de números cardinales.</li> </ul>

<b>TERCER GRADO</b>		
	3.N.4.2	Determina e interpreta cocientes de números cardinales: <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ con dividendos hasta dos dígitos y divisores de un dígito y</li> <li>➤ resuelve problemas de división de números cardinales.</li> </ul>
	3.N.4.3	Determina el número cardinal desconocido en una ecuación de multiplicación o división relacionando tres números cardinales.
<b>Álgebra</b>	<b>El estudiante es capaz de realizar y representar operaciones numéricas que incluyen relaciones de cantidad, funciones, análisis de cambios, emplea números, variables y signos para resolver problemas matemáticos y de la vida diaria.</b>	
<b>3.A.5</b>	<b>Reconoce, lee, describe y amplía patrones repetitivos y crecientes.</b>	
	3.A.5.1	Identifica, lee, describe y amplía patrones numéricos (incluidas las tablas de multiplicación) y geométricos.
<b>3.A.6</b>	<b>Selecciona las operaciones, propiedades y símbolos apropiados para representar, describir, simplificar y resolver expresiones y relaciones numéricas simples.</b>	
	3.A.6.1	Representa relaciones entre cantidades en la forma de expresiones, ecuaciones e inecuaciones simples en una variable para resolver problemas.
	<b>3.A.6.2</b>	Identifica y describe relaciones de igualdad o de desigualdad utilizando: <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ modelos</li> <li>➤ palabras</li> <li>➤ símbolos (<math>=</math>, <math>\neq</math>, <math>&gt;</math> o <math>&lt;</math>)</li> </ul> Determina los símbolos operacionales ( $+$ , $-$ , $\times$ , $\div$ ) y símbolos de relación ( $=$ , $\neq$ , $>$ o $<$ ) apropiados para hacer una proposición cierta.

<b>TERCER GRADO</b>		
	<b>3.A.6.3</b>	Propiedades de la suma y la multiplicación. <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Aplica la propiedad conmutativa y el elemento de identidad de la suma y la multiplicación para resolver problemas.</li> <li>➤ Utiliza las propiedades como estrategias para efectuar las operaciones básicas.</li> </ul>
<b>3.A.7</b>	<b>Resuelve problemas que relacionan cantidades.</b>	
	3.A.7.1	Resuelve problemas de relaciones entre dos cantidades.
	<b>3.A.7.2</b>	Resuelve problemas de dos pasos utilizando las cuatro operaciones. <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Utiliza ecuaciones con una variable para representar el valor desconocido.</li> <li>➤ Evalúa las respuestas utilizando el cálculo mental, la estimación y el redondeo.</li> </ul>
<b>Geometría</b>	<b>El estudiante es capaz de identificar formas y dimensiones geométricas, y de utilizar el conocimiento espacial para analizar sus estructuras, características, propiedades y relaciones a fin de reconocer y descubrir el entorno físico.</b>	
<b>3.G.8</b>	<b>Describe, compara y reconoce los elementos básicos y atributos de las figuras geométricas bidimensionales y tridimensionales.</b>	
	<b>3.G.8.1</b>	Identifica y representa puntos, rayos, segmentos, rectas, ángulos y planos.
	<b>3.G.8.2</b>	Identifica y clasifica polígonos por el número de lados.
<b>3.G.9</b>	<b>Identifica y compara figuras geométricas tridimensionales y bidimensionales semejantes y congruentes.</b>	
	<b>3.G.9.1</b>	Identifica y compara figuras geométricas bidimensionales semejantes y congruentes.

<b>TERCER GRADO</b>		
	3.G.9.2	Figuras geométricas tridimensionales <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Identifica y compara figuras geométricas tridimensionales por sus formas y atributos (caras, aristas y vértices).</li> <li>➤ Compone y descompone figuras para formar otras.</li> </ul>
<b>3.G.10</b>	<b>Identifica, traza y define los ejes de simetría en figuras bidimensionales.</b>	
	<b>3.G.10.1</b>	Identifica, traza y define los ejes de simetría en figuras bidimensionales (cuadrado, rectángulo, triángulo, trapecio).
<b>Medición</b>	<b>El estudiante es capaz de aplicar sistemas, herramientas y técnicas de medición con precisión, y establece conexiones entre conceptos espaciales y numéricos.</b>	
<b>3.M.11</b>	<b>Selecciona y utiliza las unidades de medida y los instrumentos de medición apropiados.</b>	
	<b>3.M.11.1</b>	Selecciona las herramientas de medida (regla, yarda, metro, taza, balanza entre otras) y las unidades (del sistema métrico e inglés) apropiadas, y estima y mide la longitud, la capacidad, el peso y la masa de objetos.
	3.M.11.2	Determina la unidad de medida apropiada y/o el tamaño en una situación que involucre atributos como: longitud, tiempo, capacidad, peso y masa.
	3.M.11.3	Mide y estima la masa o el peso de un objeto usando unidades del sistema métrico o inglés.
<b>3.M.12</b>	<b>Determina el área y el perímetro de figuras bidimensionales y las relaciona con las operaciones básicas.</b>	

<b>TERCER GRADO</b>		
	<b>3.M.12.1</b>	Relaciona el perímetro y el área. <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Determina el perímetro (unidades lineales) y el área (unidades cuadradas) para resolver problemas.</li> <li>➤ Utiliza cuadrículas para determinar, relacionar y demostrar el perímetro y el área con las operaciones básicas.</li> </ul>
<b>3.M.13</b>	<b>Reconoce y utiliza las unidades de tiempo.</b>	
	<b>3.M.13.1</b>	Lee, escribe e interpreta la hora al minuto más cercano.
	3.M.13.2	Resuelve problemas sobre intervalos de tiempo hasta el minuto.
<b>3.M.14</b>	<b>Resuelve problemas con cantidades de dinero hasta \$20.</b>	
	<b>3.M.14.1</b>	Utiliza dinero y las operaciones de suma y resta para resolver problemas.
<b>Análisis de datos y probabilidad</b>	<b>El estudiante es capaz de aplicar diferentes métodos de recopilación, organización, interpretación y representación de datos para describir, hacer inferencias, predicciones, llegar a conclusiones y tomar decisiones.</b>	
<b>3.E.15</b>	<b>Formula preguntas, recopila, organiza y representa datos en tablas, gráficas de barra y gráficas lineales utilizando materiales concretos o semiconcretos.</b>	
	<b>3.E.15.1</b>	Recopila, organiza y representa datos utilizando materiales concretos o semiconcretos en gráficas de barras y gráficas lineales, y rotula los ejes (horizontal y vertical) correctamente.
	<b>3.E.15.2</b>	Interpreta y selecciona la gráfica que mejor representa los datos.

<b>TERCER GRADO</b>		
<b>3.E.16</b>	<b>Realiza experimentos de probabilidad para determinar los posibles resultados.</b>	
	3.E.16.1	Realiza un experimento simple y conoce los posibles resultados.
	3.E.16.2	Resume y representa los resultados en una tabla para hacer predicciones.

<b>CUARTO GRADO</b>																	
<b>Numeración y Operación</b>	<b>El estudiante es capaz de reconocer y aplicar los conceptos matemáticos al representar, estimar, realizar cálculos, relacionar números y sistemas numéricos para resolver problemas matemáticos y de la vida diaria.</b>																
<b>4.N.1</b>	<b>Reconoce la estructura del valor posicional de números cardinales de hasta seis dígitos (0 al 999,999) y números decimales hasta la centésima, y cómo se relacionan con las fracciones simples.</b>																
	<table border="1"> <tbody> <tr> <td style="background-color: #d9ead3;"><b>4.N.1.1</b></td> <td>Reconoce, lee, escribe y representa el valor posicional de los dígitos de los números cardinales de hasta seis dígitos y de números decimales hasta la centésima.</td> </tr> <tr> <td style="background-color: #d9ead3;">4.N.1.2</td> <td>Compara y ordena números cardinales hasta seis dígitos.</td> </tr> <tr> <td style="background-color: #d9ead3;"><b>4.N.1.3</b></td> <td>Compone y descompone números cardinales en notación desarrollada hasta seis dígitos.</td> </tr> <tr> <td style="background-color: #d9ead3;">4.N.1.4</td> <td>Estima y redondea números cardinales hasta seis dígitos y números decimales hasta la centésima, y determina si una estimación o redondeo es razonable.</td> </tr> <tr> <td style="background-color: #d9ead3;">4.N.1.5</td> <td>Utiliza representaciones concretas y numéricas para           <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ identificar fracciones equivalentes.</li> <li>➤ representar y modelar fracciones y números decimales.</li> <li>➤ comparar fracciones y números decimales.</li> </ul> </td> </tr> <tr> <td style="background-color: #d9ead3;"><b>4.N.1.6</b></td> <td>Compara dos números decimales hasta las centésimas. Escribe los resultados de comparaciones con los símbolos <math>&gt;</math>, <math>=</math>, o <math>&lt;</math> (utiliza modelos concretos de fracciones) y justifica sus conclusiones.</td> </tr> <tr> <td style="background-color: #d9ead3;">4.N.1.7</td> <td>Reconoce y utiliza las diferentes interpretaciones de fracciones:           <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ parte de un entero,</li> <li>➤ parte de un conjunto,</li> <li>➤ división y razón para resolver problemas.</li> </ul> </td> </tr> <tr> <td style="background-color: #d9ead3;">4.N.1.8</td> <td>Identifica y clasifica fracciones en propias, impropias y números mixtos.</td> </tr> </tbody> </table>	<b>4.N.1.1</b>	Reconoce, lee, escribe y representa el valor posicional de los dígitos de los números cardinales de hasta seis dígitos y de números decimales hasta la centésima.	4.N.1.2	Compara y ordena números cardinales hasta seis dígitos.	<b>4.N.1.3</b>	Compone y descompone números cardinales en notación desarrollada hasta seis dígitos.	4.N.1.4	Estima y redondea números cardinales hasta seis dígitos y números decimales hasta la centésima, y determina si una estimación o redondeo es razonable.	4.N.1.5	Utiliza representaciones concretas y numéricas para <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ identificar fracciones equivalentes.</li> <li>➤ representar y modelar fracciones y números decimales.</li> <li>➤ comparar fracciones y números decimales.</li> </ul>	<b>4.N.1.6</b>	Compara dos números decimales hasta las centésimas. Escribe los resultados de comparaciones con los símbolos $>$ , $=$ , o $<$ (utiliza modelos concretos de fracciones) y justifica sus conclusiones.	4.N.1.7	Reconoce y utiliza las diferentes interpretaciones de fracciones: <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ parte de un entero,</li> <li>➤ parte de un conjunto,</li> <li>➤ división y razón para resolver problemas.</li> </ul>	4.N.1.8	Identifica y clasifica fracciones en propias, impropias y números mixtos.
<b>4.N.1.1</b>	Reconoce, lee, escribe y representa el valor posicional de los dígitos de los números cardinales de hasta seis dígitos y de números decimales hasta la centésima.																
4.N.1.2	Compara y ordena números cardinales hasta seis dígitos.																
<b>4.N.1.3</b>	Compone y descompone números cardinales en notación desarrollada hasta seis dígitos.																
4.N.1.4	Estima y redondea números cardinales hasta seis dígitos y números decimales hasta la centésima, y determina si una estimación o redondeo es razonable.																
4.N.1.5	Utiliza representaciones concretas y numéricas para <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ identificar fracciones equivalentes.</li> <li>➤ representar y modelar fracciones y números decimales.</li> <li>➤ comparar fracciones y números decimales.</li> </ul>																
<b>4.N.1.6</b>	Compara dos números decimales hasta las centésimas. Escribe los resultados de comparaciones con los símbolos $>$ , $=$ , o $<$ (utiliza modelos concretos de fracciones) y justifica sus conclusiones.																
4.N.1.7	Reconoce y utiliza las diferentes interpretaciones de fracciones: <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ parte de un entero,</li> <li>➤ parte de un conjunto,</li> <li>➤ división y razón para resolver problemas.</li> </ul>																
4.N.1.8	Identifica y clasifica fracciones en propias, impropias y números mixtos.																

<b>CUARTO GRADO</b>		
	4.N.1.9	Nombra y escribe números mixtos como fracciones impropias y viceversa utilizando modelos concretos y semiconcretos.
	4.N.1.10	Reconoce y escribe décimas y centésimas en forma fraccionaria y en notación decimal.
	<b>4.N.1.11</b>	Localiza y representa fracciones y números decimales equivalentes en la recta numérica como $\frac{1}{2} = 0.5$ , $\frac{1}{4} = 0.25$ , $\frac{3}{4} = 0.75$ .
	4.N.1.12	Expresa una fracción con denominador de 10 como una fracción equivalente con denominador de 100, y usa esta técnica para sumar dos fracciones con denominadores respectivos de 10 y 100 ( $\frac{3}{10} = \frac{30}{100}$ ; $\frac{3}{10} + \frac{4}{100} = \frac{34}{100}$ ).
	<b>4.N.1.13</b>	Determina todos los pares de factores para un número cardinal en el rango del 1 al 100, y reconoce que este número es múltiplo de cada uno de sus factores. <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Determina si un número es múltiplo de un número entre 1 y 9 inclusive.</li> <li>➤ Determina si un número es primo o compuesto.</li> </ul>
<b>4.N.2</b>	<b>Resuelve problemas utilizando operaciones básicas de los números cardinales y comprende la relación entre las operaciones.</b>	
	<b>4.N.2.1</b>	Resuelve problemas de suma y resta. <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Resuelve problemas de suma con números cardinales hasta tres sumandos, reagrupando múltiples dígitos.</li> <li>➤ Resuelve problemas de resta con números de hasta cuatro dígitos (millares) reagrupando.</li> </ul>
	<b>4.N.2.2</b>	Aplica las propiedades conmutativa y asociativa de la suma y la multiplicación para resolver problemas matemáticos.

<b>CUARTO GRADO</b>		
	<b>4.N.2.3</b>	<p>Multiplica números cardinales.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Utiliza y aplica el algoritmo de multiplicación para multiplicar un número de hasta cuatro dígitos por un número de un dígito y un número de dos dígitos por un número de dos dígitos usando estrategias basadas en el valor posicional y las propiedades de las operaciones.</li> <li>➤ Representa y explica el cálculo utilizando matrices rectangulares o modelos de área.</li> <li>➤ Utiliza estrategias de cómputo mental y de estimación para juzgar la razonabilidad de los resultados.</li> </ul>
	<b>4.N.2.4</b>	<p>Divide números cardinales</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Utiliza y aplica el algoritmo de división para dividir un número de hasta cuatro dígitos por un divisor de un dígito usando estrategias basadas en el valor posicional y las propiedades de las operaciones.</li> <li>➤ Usa diferentes modelos y estrategias para representar la división como matrices rectangulares o modelos de área.</li> </ul>
<b>4.N.3</b>	<b>Utiliza las operaciones básicas con fracciones en situaciones relacionadas con la vida diaria y juzga la razonabilidad del resultado utilizando estrategias como el cómputo escrito, el redondeo, la estimación y el cómputo mental, entre otros.</b>	
	<b>4.N.3.1</b>	<p>Resuelve problemas de suma y resta de fracciones homogéneas.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Revisa y verifica las soluciones para determinar la razonabilidad de los resultados en el contexto de la vida diaria.</li> </ul>
	<b>4.N.3.2</b>	Interpreta la suma y resta de fracciones como la unión o separación de partes de un mismo entero.
	4.N.3.3	Reconoce y determina fracciones equivalentes a partir de modelos de fracciones concretos y semiconcretos.

<b>CUARTO GRADO</b>		
	<b>4.N.3.4</b>	Descompone y justifica la suma de fracciones con el mismo denominador en más de una manera, y muestra cada composición y descomposición mediante una ecuación (Ejemplo: $\frac{3}{8} = \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{1}{8} + \frac{2}{8}$ ).
	<b>4.N.3.5</b>	Suma y resta números mixtos con denominadores iguales.
	4.N.3.6	Resuelve problemas de suma y resta de fracciones homogéneas con partes de un mismo entero usando modelos de fracciones y ecuaciones para representarlos.
<b>Álgebra</b>	<b>El estudiante es capaz de realizar y representar operaciones numéricas que incluyen relaciones de cantidad, funciones, análisis de cambios, emplea números, variables y signos para resolver problemas matemáticos y de la vida diaria.</b>	
<b>4.A.4</b>	<b>Reconoce, describe y extiende o expande los patrones numéricos y geométricos.</b>	
	<b>4.A.4.1</b>	Usa patrones para hacer generalizaciones y predicciones. <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Reconoce y analiza los patrones de figuras geométricas que aumentan el número de lados o cambian su tamaño.</li> <li>➤ Extiende patrones de cambios lineales.</li> </ul>
<b>4.A.5</b>	<b>Reconoce, interpreta y usa variables, símbolos matemáticos y las propiedades para escribir y simplificar expresiones.</b>	
	4.A.5.1	Usa variables y símbolos para representar la cantidad desconocida en una expresión o ecuación.

<b>CUARTO GRADO</b>		
	<b>4.A.5.2</b>	Interpreta y evalúa expresiones matemáticas que usan paréntesis para indicar cuál operación se llevará a cabo primero cuando las expresiones escritas tienen más de dos términos y diferentes operaciones básicas (+, -, x, ÷).
<b>4.A.6</b>	<b>Resuelve ecuaciones.</b>	
	<b>4.A.6.1</b>	Resuelve relaciones numéricas mediante el uso de ecuaciones y sus equivalentes, y las representa utilizando variables, expresiones y ecuaciones.
<b>Geometría</b>	<b>El estudiante es capaz de identificar formas y dimensiones geométricas, y de utilizar el conocimiento espacial para analizar sus estructuras, características, propiedades y relaciones a fin de reconocer y descubrir el entorno físico.</b>	
<b>4.G.7</b>	<b>Utiliza el primer cuadrante del plano cartesiano para representar e identificar puntos, líneas y figuras simples.</b>	
	<b>4.G.7.1</b>	Identifica, representa y localiza las coordenadas de pares ordenados en el primer cuadrante del plano cartesiano.
	4.G.7.2	Representa figuras geométricas en el primer cuadrante del plano cartesiano de acuerdo con sus propiedades.
<b>4.G.8</b>	<b>Identifica, compara y analiza atributos de figuras geométricas bidimensionales (lados, ángulos, vértices) y tridimensionales (aristas, vértices, caras y bases), y describe las mismas de forma oral y escrita.</b>	
	<b>4.G.8.1</b>	Identifica, describe y nombra el radio, el diámetro y la circunferencia de círculos.
	<b>4.G.8.2</b>	Identifica, clasifica y estima medidas de ángulos rectos, agudos y obtusos.
	4.G.8.3	Mide y construye ángulos de medidas específicas, en grados, utilizando el transportador.

<b>CUARTO GRADO</b>		
	4.G.8.4	Identifica puntos, segmentos, rectas, rayos, rectas que intersecan, rectas paralelas, rectas perpendiculares, y traza el eje de simetría.
	<b>4.G.8.5</b>	Describe figuras bidimensionales y tridimensionales. <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Describe las características de prismas y pirámides, e identifica la cantidad de caras, vértices y aristas que las componen.</li> <li>➤ Describe las figuras geométricas bidimensionales que componen una figura geométrica tridimensional.</li> </ul>
<b>Medición</b>	<b>El estudiante es capaz de aplicar sistemas, herramientas y técnicas de medición con precisión, y establece conexiones entre conceptos espaciales y numéricos.</b>	
<b>4.M.9</b>	<b>Aplica los conceptos de longitud, perímetro y área para seleccionar el instrumento y la unidad de medida más apropiados.</b>	
	<b>4.M.9.1</b>	Determina el área de figuras rectangulares utilizando unidades de medidas apropiadas.
	4.M.9.2	Distingue y comprende que las figuras que tienen la misma área pueden tener perímetros distintos o que figuras que tienen el mismo perímetro pueden tener áreas diferentes.
	4.M.9.3	Reconoce qué atributos (como área o forma) cambian o no cambian al cortar y reformar una figura.
	<b>4.M.9.4</b>	Determina y utiliza fórmulas para resolver problemas de perímetro y área de cuadrados y rectángulos.
	<b>4.M.9.5</b>	Determina la unidad de medida apropiada para resolver problemas de longitud, tiempo, capacidad o peso en el sistema métrico e inglés.

<b>CUARTO GRADO</b>		
	4.M.9.6	Entiende los tamaños relativos de las unidades de medida en un mismo sistema de medidas (métrico e inglés), e incluye: <i>km, m, cm; kg, g; lb, oz; L, mL; hr, min, seg.</i>
	4.M.9.7	<p>Conversión de medidas estandarizadas</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Utiliza un solo sistema de medición para expresar medidas de una unidad más grande en unidades más pequeñas (Ejemplo: Expresa la longitud de una persona de 5 pies como 60 pulgadas).</li> <li>➤ Genera una tabla de conversión para pies y pulgadas, e indica el número de pares según la conversión (Ejemplo: <i>(1, 12), (2, 24), (3, 36)</i>).</li> </ul>
	<b>4.M.9.8</b>	Usa las cuatro operaciones (+, -, x, ÷) para resolver problemas de distancias, intervalos de tiempo, capacidad, masa de objetos, dinero y expresiones de medidas de una unidad más grande a una unidad más pequeña o viceversa.
	4.M.9.9	Representa las medidas utilizando diagramas que tengan una escala de medición, como una recta numérica.
	4.M.9.10	Selecciona el instrumento de medida más apropiado.
<b>4.M.10</b>	<b>Mide las propiedades físicas de figuras irregulares.</b>	
	<b>4.M.10.1</b>	Estima y mide el perímetro y área de figuras irregulares utilizando manipulativos, dibujos, papel cuadriculado, isométrico y escalas, entre otros.
<b>4.M.11</b>	<b>Realiza conversiones de unidades simples en un mismo sistema de medidas (métrico e inglés).</b>	
	<b>4.M.11.1</b>	Realiza conversiones de unidades de longitud en un mismo sistema de medidas (métrico e inglés).

<b>CUARTO GRADO</b>		
<b>Análisis de datos y probabilidad</b>	<b>El estudiante es capaz de aplicar diferentes métodos de recopilación, organización, interpretación y representación de datos para describir, hacer inferencias, predicciones, llegar a conclusiones y tomar decisiones.</b>	
<b>4.E.12</b>	<b>Recopila, organiza e interpreta datos numéricos y categóricos. Comunica y representa los hallazgos por medio de tablas y gráficas.</b>	
	4.E.12.1	Recopila datos sistemáticamente y los representa en rectas numéricas, gráficas (de barras, pictóricas, lineales, circulares, diagrama de puntos) y tablas (de conteo y frecuencia).
	<b>4.E.12.2</b>	Identifica la moda en un conjunto de datos.
	<b>4.E.12.3</b>	Analiza y hace predicciones basadas en gráficas (de barras, pictóricas, lineales, circulares, diagrama de puntos) y tablas (de conteo y frecuencia) para formular y contestar preguntas de una situación específica integrando el enfoque STEM y/o la estrategia PBL.
	4.E.12.4	Compara e interpreta dos conjuntos de datos relacionados en tablas y gráficas.
	4.E.12.5	Identifica la gráfica apropiada para un conjunto de datos.
<b>4.E.13</b>	<b>Predice y prueba la probabilidad de que ocurra un evento o experimento simple. Determina el espacio muestral de un evento.</b>	
	4.E.13.1	Predice los posibles resultados en una situación, un evento, experimento o proyecto simple integrando el enfoque STEM y/o la estrategia PBL.
	<b>4.E.13.2</b>	Representa los posibles resultados para una situación o experimento simple de probabilidad de forma organizada en tablas, diagramas de árbol, entre otras.

<b>QUINTO GRADO</b>		
<b>Numeración y Operación</b>	<b>El estudiante es capaz de reconocer y aplicar los conceptos matemáticos al representar, estimar, realizar cálculos, relacionar números y sistemas numéricos para resolver problemas matemáticos y de la vida diaria.</b>	
<b>5.N.1</b>	<b>Reconoce la estructura del valor posicional de los números cardinales hasta la centena de millón, y de números decimales hasta la milésima. Comprende cómo se relacionan los números cardinales y los números decimales con las fracciones.</b>	
	<b>5.N.1.1</b>	Lee y escribe números cardinales hasta la centena de millón y números decimales hasta las milésimas.
	5.N.1.2	Representa números cardinales hasta la centena del millón y números decimales hasta las milésimas.
	<b>5.N.1.3</b>	Compara y ordena números cardinales hasta la centena del millón y números decimales hasta las milésimas.
	5.N.1.4	Compone y descompone en notación expandida y notación desarrollada números cardinales hasta la centena del millón y números decimales hasta las milésimas.
	5.N.1.5	Determina el valor posicional de los dígitos de los números cardinales hasta nueve dígitos (centena de millón), y de los números decimales hasta las milésimas. Reconoce que un dígito en un lugar representa 10 veces el valor del lugar a su derecha, y $\frac{1}{10}$ del valor que representa el lugar a su izquierda.
	<b>5.N.1.6</b>	Aplica el valor posicional para estimar y redondear números cardinales hasta nueve dígitos y números decimales hasta las milésimas.

<b>QUINTO GRADO</b>		
	5.N.1.7	Reconoce patrones que resultan al multiplicar un número por potencias de 10 (número de ceros).
	<b>5.N.1.8</b>	<p>Usa números cardinales como exponentes para expresar potencias de 10.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Notación expandida:  <math>7,452 = 7 \times 1000 + 4 \times 100 + 5 \times 10 + 2 \times 1</math>  <math>= 7 \times 10^3 + 4 \times 10^2 + 5 \times 10^1 + 2 \times 10^0</math></li> <li>➤ Notación desarrollada: <math>7,452 = 7000 + 400 + 50 + 2</math></li> </ul>
<b>5.N.2</b>	<b>Identifica y representa números decimales, fracciones y números mixtos como parte de un todo, de un conjunto, y como una división, con modelos concretos, semiconcretos y en la recta numérica.</b>	
	5.N.2.1	Identifica y trabaja con modelos concretos y semiconcretos de fracciones que representan números decimales hasta la milésima.
	<b>5.N.2.2</b>	<p>Representa y explica la relación entre números mixtos y fracciones impropias.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Reconoce y representa equivalencias entre fracciones.</li> <li>➤ Compara y ordena fracciones propias, fracciones impropias y números mixtos en comparaciones de <math>0</math>, <math>\frac{1}{2}</math> y <math>1</math>.</li> </ul>
	<b>5.N.2.3</b>	Representa un número cardinal como una fracción y determina el inverso multiplicativo (recíproco) de un número.
	<b>5.N.2.4</b>	Expresa la división de dos números cardinales como una fracción al resolver problemas.
<b>5.N.3</b>	<b>Efectúa operaciones y resuelve problemas de suma, resta, multiplicación y división de números cardinales, fracciones homogéneas y heterogéneas, y decimales hasta la milésima.</b>	

<b>QUINTO GRADO</b>	
<b>5.N.3.1</b>	<p>Utiliza algoritmos, estrategias de estimación, cálculos mentales, modelos concretos y modelos semiconcretos para resolver problemas de:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Suma: números de 4 a 9 dígitos.</li> <li>➤ Resta: números de hasta 6 dígitos.</li> <li>➤ Multiplicación: números de hasta 6 dígitos por 1 dígito, y 3 dígitos por 3 dígitos.</li> <li>➤ División: dividendos de hasta 6 dígitos y divisor de hasta 3 dígitos de números cardinales y números decimales hasta la centésima.</li> </ul>
5.N.3.2	Determina los totales y las diferencias con fracciones y números decimales, y verifica la razonabilidad de los resultados.
<b>5.N.3.3</b>	<p>Reconoce y clasifica los números cardinales como números primos, compuestos o ninguno.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Determina los números primos y compuestos del 1 al 100.</li> <li>➤ Expresa un número primo y compuesto como el producto de dos o más factores.</li> </ul>
5.N.3.4	<p>Estima y resuelve problemas de suma y resta de fracciones homogéneas y heterogéneas utilizando ecuaciones, modelos concretos y semiconcretos, y evalúa las respuestas (identificar un resultado incorrecto <math>\frac{2}{5} + \frac{1}{2} = \frac{3}{7}</math>, al observar que <math>\frac{3}{7} &lt; \frac{1}{2}</math>).</p>
<b>5.N.3.5</b>	Aplica el algoritmo de multiplicación para multiplicar fracciones o un número cardinal por una fracción.
<b>5.N.3.6</b>	Resuelve problemas de la vida diaria usando la multiplicación de fracciones y números mixtos.
5.N.3.7	Aplica el algoritmo de división para dividir fracciones unitarias por enteros (no fraccionarios), y enteros (no fraccionarios) por fracciones unitarias. Resuelve problemas de la vida diaria.

<b>QUINTO GRADO</b>		
<b>Álgebra</b>	<b>El estudiante es capaz de realizar y representar operaciones numéricas que incluyen relaciones de cantidad, funciones, análisis de cambios, emplea números, variables y signos para resolver problemas matemáticos y de la vida diaria.</b>	
<b>5.A.4</b>	<b>Representa, describe, analiza, amplía y generaliza patrones y relaciones utilizando variables y ecuaciones para resolver problemas.</b>	
	<b>5.A.4.1</b>	<p>Extiende y crea patrones con:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ números,</li> <li>➤ símbolos,</li> <li>➤ figuras,</li> <li>➤ formas y</li> <li>➤ sucesiones numéricas.</li> </ul>
	5.A.4.2	Resuelve problemas de la vida diaria al localizar pares ordenados, simulando un mapa, en el primer cuadrante del plano cartesiano e interpreta los valores de las coordenadas.
<b>5.A.5</b>	<b>Utiliza las variables en expresiones simples, evalúa una expresión para valores específicos de la variable y representa e interpreta los resultados.</b>	
	<b>5.A.5.1</b>	Utiliza e interpreta fórmulas para contestar preguntas sobre cantidades y sus relaciones.
	<b>5.A.5.2</b>	Utiliza símbolos para representar un número desconocido. Escribe y evalúa expresiones algebraicas simples en una variable por sustitución.
	5.A.5.3	<p>Representa relaciones numéricas con:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ variables,</li> <li>➤ símbolos en expresiones,</li> <li>➤ ecuaciones y</li> <li>➤ desigualdades.</li> </ul>

<b>QUINTO GRADO</b>		
	<b>5.A.5.4</b>	Utiliza la propiedad distributiva en ecuaciones y expresiones con variables.
<b>Geometría</b>	<b>El estudiante es capaz de identificar formas y dimensiones geométricas, y de utilizar el conocimiento espacial para analizar sus estructuras, características, propiedades y relaciones a fin de reconocer y descubrir el entorno físico.</b>	
<b>5.G.6</b>	<b>Clasifica, describe y analiza los atributos (lados, ángulos, vértices) de las figuras geométricas bidimensionales.</b>	
	<b>5.G.6.1</b>	<p>Clasifica, nombra e identifica triángulos.</p> <p>Por la medida de sus lados en:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ escaleno</li> <li>➤ equilátero</li> <li>➤ isósceles</li> </ul> <p>Por la medida de sus ángulos en:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ acutángulo</li> <li>➤ rectángulo</li> <li>➤ obtusángulo</li> </ul>
	<b>5.G.6.2</b>	Identifica y describe los atributos comunes que comparten figuras geométricas bidimensionales con otras figuras geométricas de la misma categoría (todos los cuadrados tienen cuatro ángulos rectos y los rectángulos también, y ambos son cuadriláteros, por lo tanto, todos los cuadrados son rectángulos).
	5.G.6.3	Nombra y clasifica cuadriláteros por las medidas de sus lados y ángulos. Muestra la relación entre cuadriláteros, rectángulos, cuadrados, rombos y trapecoides utilizando un diagrama de Venn.
	5.G.6.4	Identifica el eje de simetría de figuras geométricas planas y sus transformaciones (reflexión) utilizando modelos concretos y el plano cartesiano.

<b>QUINTO GRADO</b>		
	<b>5.G.6.5</b>	Nombra, clasifica y dibuja segmentos, rectas, rayos, ángulos, rectas paralelas y rectas perpendiculares.
<b>Medición</b>	<b>El estudiante es capaz de aplicar sistemas, herramientas y técnicas de medición con precisión, y establece conexiones entre conceptos espaciales y numéricos.</b>	
<b>5.M.7</b>	<b>Realiza conversiones de unidades dentro del sistema métrico e inglés.</b>	
	<b>5.M.7.1</b>	Unidades de longitud en el sistema métrico e inglés <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Reconoce y utiliza los valores equivalentes de las unidades de longitud y sus abreviaturas en el sistema métrico e inglés.</li> <li>➤ Identifica y utiliza los prefijos del sistema métrico.</li> </ul>
	5.M.7.2	Aplica unidades de medida del sistema métrico e inglés para resolver problemas de conversión de medidas estándar en un mismo sistema de medición (cm → m; h → min.). Convierte unidades de longitud y de peso en un solo sistema, como: <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Métrico - longitud (m, dm, cm, mm, hm, km)</li> <li>➤ Inglés - longitud (pulgada, pie, yarda, milla); peso (onza, libra, tonelada).</li> </ul>
<b>5.M.8</b>	<b>Relaciona el volumen con operaciones de multiplicación al resolver problemas de la vida diaria.</b>	
	<b>5.M.8.1</b>	Volumen de figuras geométricas tridimensionales <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Determina el volumen de figuras geométricas tridimensionales (cubos y prismas) y aplica sus fórmulas para resolver problemas de la vida diaria.</li> <li>➤ Encuentra la fórmula de volumen partiendo de la fórmula del área de la base y la altura.</li> </ul>
<b>5.M.9</b>	<b>Estima y calcula el área y volumen de objetos.</b>	

<b>QUINTO GRADO</b>		
	<b>5.M.9.1</b>	Distingue entre los conceptos de perímetro, área, longitud y volumen.
	5.M.9.2	Utiliza la fórmula del área de un rectángulo para descubrir la fórmula del área de un triángulo.
	<b>5.M.9.3</b>	Utiliza estrategias de estimación para determinar el perímetro, área y volumen de figuras irregulares.
	5.M.9.4	Determina el área de superficie de cubos y prismas rectangulares sumando las áreas de los polígonos que componen cada figura geométrica tridimensional.
<b>Análisis de datos y probabilidad</b>	<b>El estudiante es capaz de aplicar diferentes métodos de recopilación, organización, interpretación y representación de datos para describir, hacer inferencias, predicciones, llegar a conclusiones y tomar decisiones.</b>	
<b>5.E.10</b>	<b>Representa e interpreta datos.</b>	
	<b>5.E.10.1</b>	Representa, interpreta y compara la información de una gráfica (de barra, pictórica, lineal, circular y diagrama de puntos) para contestar preguntas sobre una situación.
	5.E.10.2	Construye un diagrama de puntos para mostrar un conjunto de datos de medidas representado en números cardinales y en fracciones unitarias $(\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8})$ .
	<b>5.E.10.3</b>	Construye tablas de frecuencia, gráficas de barra y lineales.
	<b>5.E.10.4</b>	Identifica y determina la media aritmética, la moda y la mediana de un conjunto de datos.
	5.E.10.5	Utiliza encuestas y experimentos simples, y formula preguntas para llegar a conclusiones.

<b>QUINTO GRADO</b>		
<b>5.E.11</b>	<b>Utiliza la probabilidad para hacer predicciones de eventos.</b>	
	5.E.11.1	Representa los posibles resultados para eventos de forma organizada y hace predicciones.
	<b>5.E.11.2</b>	Reconoce la probabilidad de ocurrencia de un evento y la clasifica como: <ul style="list-style-type: none"><li>➤ segura,</li><li>➤ alta,</li><li>➤ igual o</li><li>➤ ninguna.</li></ul>

<b>SEXTO GRADO</b>		
<b>Numeración y Operación</b>	<b>El estudiante es capaz de reconocer y aplicar los conceptos matemáticos al representar, estimar, realizar cálculos, relacionar números y sistemas numéricos para resolver problemas matemáticos y de la vida diaria.</b>	
<b>6.N.1</b>	<b>Entiende el ordenamiento y el valor absoluto de los números enteros.</b>	
	<b>6.N.1.1</b>	Ordena enteros en una recta numérica.
	<b>6.N.1.2</b>	Comprende que el valor absoluto de un número entero es su distancia desde 0 en una recta numérica; interpreta el valor absoluto como la magnitud (siempre positiva) de una cantidad positiva o negativa en situaciones de la vida diaria.
<b>6.N.2</b>	<b>Utiliza las potencias, los exponentes, los factores (divisores), los múltiplos, la factorización prima y los números primos para resolver problemas.</b>	
	<b>6.N.2.1</b>	Utiliza y explica las reglas de divisibilidad del 2, 3, 5, 6, 9 y 10.
	<b>6.N.2.2</b>	Determina la factorización prima de números naturales (hasta el 100) y los expresa como el producto de factores primos usando exponentes. <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Explica y aplica el teorema fundamental de la aritmética para representar números, de forma única, como un producto de factores primos.</li> <li>➤ Utiliza la factorización prima para hallar el máximo común divisor y el mínimo común múltiplo.</li> </ul>
<b>6.N.3</b>	<b>Representa y utiliza los números racionales en diversas formas equivalentes (enteros, fracciones, números decimales y notaciones exponenciales) para resolver problemas matemáticos y de la vida diaria.</b>	
	<b>6.N.3.1</b>	Resuelve problemas verbales de división de fracciones entre fracciones usando modelos concretos y semiconcretos.

<b>SEXTO GRADO</b>		
<b>6.N.4</b>	<b>Comprende, reconoce y compara los números enteros.</b>	
	<b>6.N.4.1</b>	Comprende que los números positivos y negativos se usan juntos para describir cantidades que tienen direcciones o valores opuestos (Ejemplo: temperatura por encima/por debajo de cero, elevación por encima/por debajo del nivel del mar, créditos/débitos, carga eléctrica positiva/negativa), usa números positivos y negativos para representar cantidades en contextos de la vida diaria y explica el significado de 0 en cada situación.
	6.N.4.2	Reconoce que los signos opuestos de los números indican ubicaciones en lados opuestos del 0 en la recta numérica (Ejemplo: $-(-3) = 3$ ) y que el 0 es su propio opuesto.
	<b>6.N.4.3</b>	Interpreta enunciados de desigualdades como enunciados sobre la posición relativa de dos números en un diagrama de recta numérica (Ejemplo: Interpretar $-3 > -7$ como una declaración de que -3 está ubicado a la derecha de -7 en una recta numérica orientada de izquierda a derecha).
	6.N.4.4	Escribe, interpreta y explica enunciados de orden para números enteros en contextos de la vida diaria (Ejemplo: Escribir $-3\text{ °C} > -7\text{ °C}$ para expresar el hecho de que $-3\text{ °C}$ es más caliente que $-7\text{ °C}$ ).
<b>6.N.5</b>	<b>Reconoce el concepto razón. Utiliza razones para solucionar problemas.</b>	
	<b>6.N.5.1</b>	Expresa razones usando diferentes notaciones. Compara dos o más razones que representan una situación.
	<b>6.N.5.2</b>	Reconoce el concepto de tasa unitaria $\frac{a}{b}$ que se asocia con una razón $a:b$ , donde $b \neq 0$ , y usa dicho lenguaje en el contexto de una relación entre razones.

<b>SEXTO GRADO</b>		
	<b>6.N.5.3</b>	Fracción, número decimal y porcentaje <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Demuestra las representaciones equivalentes de fracciones, números decimales y porcentaje.</li> <li>➤ Convierte estas representaciones (fracción ↔ número decimal ↔ porcentaje) según un contexto o situación de problema.</li> </ul>
	<b>6.N.5.4</b>	Interpreta el concepto de porcentaje como una razón de 100 <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Reconoce, determina y utiliza porcentajes y números decimales equivalentes para representar fracciones comunes (<math>\frac{1}{2} = 50\%</math>, <math>\frac{1}{10} = 10\%</math>, <math>\frac{1}{5} = 20\%</math>, <math>\frac{1}{4} = 25\%</math>, entre otras), y demuestra su equivalencia.</li> <li>➤ Determina el porcentaje de un total.</li> </ul>
	6.N.5.5	Resuelve problemas de tasa unitaria, incluyendo problemas de precio unitario y velocidad constante.
<b>Álgebra</b>	<b>El estudiante es capaz de realizar y representar operaciones numéricas que incluyen relaciones de cantidad, funciones, análisis de cambios, emplea números, variables y signos para resolver problemas matemáticos y de la vida diaria.</b>	
<b>6.A.6</b>	<b>Escribe expresiones verbales como expresiones algebraicas. Evalúa expresiones algebraicas, resuelve ecuaciones lineales en una variable hasta dos pasos y grafica e interpreta los resultados. Incluye ecuaciones que resultan de fórmulas usadas en problemas de la vida diaria dentro del conjunto de los enteros NO negativos.</b>	
	<b>6.A.6.1</b>	Escribe y lee expresiones algebraicas para desarrollar la comprensión del concepto variable. <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Escribe o traduce expresiones algebraicas que contienen operaciones, variable y constantes.</li> <li>➤ Identifica partes de una expresión algebraica y utiliza conceptos matemáticos, como suma, término, producto, factor, divisor, cociente y coeficiente.</li> </ul>

<b>SEXTO GRADO</b>		
	6.A.6.2	Representa y evalúa una situación de la vida diaria (expresión verbal) como una expresión algebraica utilizando constantes y variables.
	6.A.6.3	Resuelve ecuaciones lineales en una variable hasta dos pasos y grafica la solución.
<b>6.A.7</b>	<b>Evalúa expresiones utilizando el orden de las operaciones.</b>	
	<b>6.A.7.1</b>	Aplica el orden de operaciones para evaluar expresiones algebraicas.
	<b>6.A.7.2</b>	Escribe una desigualdad de la forma $x > c$ o $x < c$ para representar una limitación o una condición en un problema matemático o de la vida diaria, y reconoce que estas tienen un número infinito de soluciones. Representa las soluciones de estas desigualdades en diagramas de rectas numéricas.
<b>6.A.8</b>	<b>Describe las situaciones con constantes o variaciones en las razones de cambio y compara las mismas.</b>	
	<b>6.A.8.1</b>	Escribe una ecuación lineal en dos variables para expresar una cantidad que se llama variable dependiente en términos de la otra cantidad que se llama variable independiente para representarlas en el contexto de la vida diaria.
	6.A.8.2	Comprende la relación entre la variable dependiente y la independiente a través de gráficas y tablas, y las relaciona con la ecuación (Ejemplo: En un problema sobre movimiento a una velocidad constante de 65 mph, escribe y grafica los pares ordenados para la distancia versus tiempo, y establece la ecuación $d = 65t$ para representar la relación entre distancia y tiempo).
	6.A.8.3	Utiliza las propiedades conmutativa, asociativa y distributiva de la suma y de la multiplicación para evaluar expresiones equivalentes.

<b>SEXTO GRADO</b>													
<b>Geometría</b>	<b>El estudiante es capaz de identificar formas y dimensiones geométricas, y de utilizar el conocimiento espacial para analizar sus estructuras, características, propiedades y relaciones a fin de reconocer y descubrir el entorno físico.</b>												
<b>6.G.9</b>	<b>Representa figuras geométricas partiendo de sus medidas y propiedades utilizando modelos concretos y semiconcretos.</b>												
	<table border="1"> <tbody> <tr> <td style="background-color: #f28b82;"><b>6.G.9.1</b></td> <td>Identifica polígonos regulares e irregulares según el número de lados en objetos de la vida diaria.</td> </tr> <tr> <td style="background-color: #f28b82;"><b>6.G.9.2</b></td> <td>Identifica y explica relaciones de ángulos opuestos por el vértice, adyacentes, complementarios y suplementarios.</td> </tr> <tr> <td>6.G.9.3</td> <td>Representa cuadriláteros y triángulos en los cuatro cuadrantes del plano cartesiano e identifica coordenadas correspondientes a los vértices.</td> </tr> <tr> <td style="background-color: #f28b82;"><b>6.G.9.4</b></td> <td>Traza polígonos en un plano cartesiano utilizando las coordenadas de sus vértices.</td> </tr> <tr> <td>6.G.9.5</td> <td>Usa coordenadas de puntos que tienen la misma abscisa (<math>x</math>) o la misma ordenada (<math>y</math>) para determinar la longitud de un lado del polígono (incluye el valor absoluto para hallar distancias) y resuelve problemas matemáticos y de la vida diaria.</td> </tr> <tr> <td style="background-color: #f28b82;"><b>6.G.9.6</b></td> <td>Representa figuras geométricas bidimensionales y tridimensionales utilizando modelos planos formados por rectángulos y triángulos, y usa estos modelos para determinar el área total de estas figuras. Aplica estas representaciones para resolver problemas matemáticos y de la vida diaria.</td> </tr> </tbody> </table>	<b>6.G.9.1</b>	Identifica polígonos regulares e irregulares según el número de lados en objetos de la vida diaria.	<b>6.G.9.2</b>	Identifica y explica relaciones de ángulos opuestos por el vértice, adyacentes, complementarios y suplementarios.	6.G.9.3	Representa cuadriláteros y triángulos en los cuatro cuadrantes del plano cartesiano e identifica coordenadas correspondientes a los vértices.	<b>6.G.9.4</b>	Traza polígonos en un plano cartesiano utilizando las coordenadas de sus vértices.	6.G.9.5	Usa coordenadas de puntos que tienen la misma abscisa ( $x$ ) o la misma ordenada ( $y$ ) para determinar la longitud de un lado del polígono (incluye el valor absoluto para hallar distancias) y resuelve problemas matemáticos y de la vida diaria.	<b>6.G.9.6</b>	Representa figuras geométricas bidimensionales y tridimensionales utilizando modelos planos formados por rectángulos y triángulos, y usa estos modelos para determinar el área total de estas figuras. Aplica estas representaciones para resolver problemas matemáticos y de la vida diaria.
<b>6.G.9.1</b>	Identifica polígonos regulares e irregulares según el número de lados en objetos de la vida diaria.												
<b>6.G.9.2</b>	Identifica y explica relaciones de ángulos opuestos por el vértice, adyacentes, complementarios y suplementarios.												
6.G.9.3	Representa cuadriláteros y triángulos en los cuatro cuadrantes del plano cartesiano e identifica coordenadas correspondientes a los vértices.												
<b>6.G.9.4</b>	Traza polígonos en un plano cartesiano utilizando las coordenadas de sus vértices.												
6.G.9.5	Usa coordenadas de puntos que tienen la misma abscisa ( $x$ ) o la misma ordenada ( $y$ ) para determinar la longitud de un lado del polígono (incluye el valor absoluto para hallar distancias) y resuelve problemas matemáticos y de la vida diaria.												
<b>6.G.9.6</b>	Representa figuras geométricas bidimensionales y tridimensionales utilizando modelos planos formados por rectángulos y triángulos, y usa estos modelos para determinar el área total de estas figuras. Aplica estas representaciones para resolver problemas matemáticos y de la vida diaria.												

<b>SEXTO GRADO</b>		
	6.G.9.7	Describe y aplica las relaciones entre rectas perpendiculares, paralelas y simetría en la vida diaria.
	<b>6.G.9.8</b>	Resuelve problemas al relacionar que la suma de los ángulos internos de un triángulo es $180^\circ$ y utiliza esta información para probar que la suma de los ángulos internos de un cuadrilátero es $360^\circ$ .
<b>6.G.10</b>	<b>Identifica y traza ejes de simetría.</b>	
	<b>6.G.10.1</b>	Identifica y describe el eje o los ejes de simetría de figuras geométricas planas.
<b>Medición</b>	<b>El estudiante es capaz de aplicar sistemas, herramientas y técnicas de medición con precisión, y establece conexiones entre conceptos espaciales y numéricos.</b>	
<b>6.M.11</b>	<b>Distingue entre los contextos de área, volumen y longitud. Aplica las fórmulas para hallar el perímetro, la circunferencia, el área y el volumen de triángulos, cuadriláteros, círculos, y de las figuras compuestas por estas figuras geométricas.</b>	
	<b>6.M.11.1</b>	Distingue e identifica la unidad apropiada para medidas de longitud, área y volumen.
	6.M.11.2	Estima magnitudes de unidades de medidas de longitud, perímetro, área y volumen en ambos sistemas (inglés y métrico).
	<b>6.M.11.3</b>	Describe y utiliza la relación entre la circunferencia y el diámetro de un círculo ( $\pi = \frac{C}{d}$ ), e identifica y explica las relaciones entre las fórmulas ( $C = 2\pi r$ ; $A = \pi r^2$ ).
	6.M.11.4	Utiliza fórmulas para determinar el área, perímetro, circunferencia, área de superficie y volumen de prismas triangulares, cilindros y prismas rectangulares.

<b>SEXTO GRADO</b>		
<b>6.M.12</b>	<b>Mide ángulos y longitudes de los lados de triángulos y cuadriláteros con unidades estandarizadas.</b>	
	<b>6.M.12.1</b>	Divide figuras geométricas planas compuestas en figuras geométricas conocidas (triángulos, cuadriláteros, entre otras) para determinar el perímetro y el área.
	<b>6.M.12.2</b>	Determina la relación que existe entre área y perímetro.
<b>Análisis de datos y probabilidad</b>	<b>El estudiante es capaz de aplicar diferentes métodos de recopilación, organización, interpretación y representación de datos para describir, hacer inferencias, predicciones, llegar a conclusiones y tomar decisiones.</b>	
<b>6.E.13</b>	<b>Recopila, organiza, calcula y analiza medidas estadísticas para un conjunto de datos.</b>	
	<b>6.E.13.1</b>	Utiliza encuestas, experimentos simples y formula preguntas para interpretar resultados y comunicar conclusiones.
	<b>6.E.13.2</b>	Identifica, calcula e interpreta las medidas de tendencia central (media aritmética, mediana y moda) y de dispersión (amplitud) para un conjunto de datos numéricos en su contexto, y explica el efecto de los extremos en cada medida.
	6.E.13.3	Reconoce que para un conjunto de datos numéricos una medida de tendencia central resume todos los valores en un solo número.
<b>6.E.14</b>	<b>Formula una pregunta sobre comparación de una o dos poblaciones pequeñas que puede contestarse por medio de la recolección, representación y análisis de datos.</b>	

<b>SEXTO GRADO</b>		
	6.E.14.1	Reconoce una pregunta estadística como una que anticipa la variabilidad en los datos relacionados con la pregunta, y que tiene en cuenta dicha variabilidad en la respuesta (Ejemplo: La pregunta “¿cuántos años tengo?” no es una pregunta estadística, pero “¿cuántos años tienen los estudiantes de mi escuela?” sí es una pregunta estadística porque anticipa que hay variabilidad en las edades de los estudiantes).
	<b>6.E.14.2</b>	Identifica un atributo del cual recopilar datos e identifica cómo medirlo para responder a la pregunta formulada y determina el proceso de recolección de datos.
	<b>6.E.14.3</b>	Reconoce y describe las diferencias entre datos numéricos y categóricos.
<b>6.E.15</b>	<b>Determina la probabilidad teórica y experimental para hacer predicciones sobre eventos dados.</b>	
	6.E.15.1	Representa e identifica los posibles resultados para eventos de experimentos simples en forma organizada en tablas, diagramas de árbol, gráficas de barras y tablas de frecuencia, y expresa la probabilidad teórica para cada resultado.
	6.E.15.2	Probabilidad de un evento <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Reconoce la probabilidad de que el evento ocurra y clasifica la probabilidad de ocurrencia del evento en segura, alta, igual, poca o ninguna.</li> <li>➤ Predice la probabilidad de 0 a 1 inclusive.</li> </ul>

<b>SÉPTIMO GRADO PREÁLGEBRA</b>		
<b>Numeración y Operación</b>	<b>El estudiante es capaz de reconocer y aplicar los conceptos matemáticos al representar, estimar, realizar cálculos, relacionar números y sistemas numéricos para resolver problemas matemáticos y de la vida diaria.</b>	
<b>7.N.1</b>	<b>Desarrolla comprensión unificada de los números al reconocer las fracciones, números decimales (representación decimal finita o recurrente) y porcentajes como diversas representaciones de números racionales.</b>	
	<b>7.N.1.1</b>	Interpreta, representa y resuelve problemas matemáticos y de la vida diaria utilizando: <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ potencias positivas enteras como una multiplicación repetida.</li> <li>➤ potencias enteras negativas como una división repetida, o la multiplicación usando el inverso multiplicativo.</li> </ul>
	7.N.1.2	Escribe y compara números racionales en notación científica utilizando potencias de 10 con exponentes enteros e interpreta las aplicaciones de la notación científica en diversos contextos de la vida diaria, incluidos instrumentos tecnológicos.
<b>7.N.2</b>	<b>Aplica la suma y resta de números racionales y representa las operaciones en la recta numérica.</b>	
	<b>7.N.2.1</b>	Operaciones con números racionales. <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Reconoce que <math>p + q</math> es el número ubicado a una distancia <math> q </math> de <math>p</math>, en dirección positiva o negativa, dependiendo de que <math>q</math> sea positivo o negativo.</li> <li>➤ Comprende la resta de números racionales como la suma del inverso aditivo, <math>p - q = p + (-q)</math>.</li> <li>➤ Muestra que un número y su opuesto suman cero (<math>0</math>) (son inversos aditivos).</li> <li>➤ Interpreta las sumas de números racionales usando contextos de la vida diaria.</li> </ul>
	<b>7.N.2.2</b>	Muestra que la distancia entre dos números racionales en una recta numérica es el valor absoluto de su diferencia y aplica este principio a contextos de la vida diaria.

<b>SÉPTIMO GRADO PREÁLGEBRA</b>		
	<b>7.N.2.3</b>	Aplica las propiedades de las operaciones como estrategias para sumar y restar números racionales, y estima y juzga la razonabilidad de los resultados al resolver problemas.
<b>7.N.3</b>	<b>Aplica la multiplicación y división de números racionales.</b>	
	7.N.3.1	Comprende y aplica la multiplicación de números racionales, incluidas las reglas de multiplicación de números enteros, e interpreta productos de números racionales en contextos de la vida diaria.
	7.N.3.2	Comprende y aplica la división de números racionales (siempre que el divisor sea diferente de cero), incluidas las reglas de división de números enteros, e interpreta los cocientes de números racionales en contextos de la vida diaria.
	<b>7.N.3.3</b>	Convierte un número racional que está representado como fracción a un número decimal y viceversa utilizando el algoritmo de división. Reconoce que la forma decimal de un número racional termina o es una representación infinita periódica.
<b>7.N.4</b>	<b>Reconoce y representa relaciones proporcionales entre cantidades.</b>	
	7.N.4.1	Calcula la razón de cambio asociada a fracciones y a razones con cantidades de medidas en unidades iguales o diferentes como longitud, área y volumen, entre otras.
	<b>7.N.4.2</b>	Determina si dos cantidades constituyen una relación e identifica la constante de proporcionalidad (razón de cambio) en tablas, gráficas, ecuaciones, diagramas y en descripciones verbales de relaciones proporcionales.
	7.N.4.3	Representa relaciones proporcionales mediante el uso de ecuaciones.

<b>SÉPTIMO GRADO PREÁLGEBRA</b>		
	7.N.4.4	Establece y resuelve una proporción con factores de conversión de escalas, medidas, porcentajes y probabilidades en situaciones de la vida diaria (Ejemplo: interés simple, impuestos, aumentos o reducciones de precios, propinas, comisiones, tarifas y error, aumento o disminución porcentual).
<b>7.N.5</b>	<b>Representa y utiliza los números racionales en diversas formas equivalentes (enteros, fracciones, números decimales y notaciones exponenciales) para resolver problemas matemáticos y de la vida diaria.</b>	
	<b>7.N.5.1</b>	Efectúa las operaciones básicas con números enteros y fracciones, y expresa la solución en su forma más simple.
	7.N.5.2	Identifica y resuelve problemas matemáticos y de la vida diaria en los que se utiliza la suma, resta, multiplicación y división de números enteros.
<b>7.N.6</b>	<b>Resuelve ejercicios y problemas matemáticos de números enteros.</b>	
	<b>7.N.6.1</b>	Resuelve ejercicios y problemas matemáticos de suma de números enteros utilizando la recta numérica, patrones, modelos concretos y semiconcretos.
<b>Álgebra</b>	<b>El estudiante es capaz de realizar y representar operaciones numéricas que incluyen relaciones de cantidad, funciones, análisis de cambios, emplea números, variables y signos para resolver problemas matemáticos y de la vida diaria.</b>	
<b>7.A.7</b>	<b>Usa símbolos, operaciones y gráficas para representar e interpretar situaciones matemáticas y de la vida diaria.</b>	
	<b>7.A.7.1</b>	Usa e identifica conceptos algebraicos de manera apropiada (variable, expresión, ecuación, desigualdad, término, coeficiente y constante).

<b>SÉPTIMO GRADO PREÁLGEBRA</b>		
	<b>7.A.7.2</b>	Traduce frases lingüísticas en expresiones algebraicas y viceversa.
	7.A.7.3	Interpreta que reescribir una expresión de varias formas en el contexto de un problema ayuda a clarificar el problema y la manera en que se relacionan sus cantidades. (Ejemplo: $a + 0.05a = 1.05a$ significa que “aumentar en un 5%” es lo mismo que “multiplicar por 1.05”.)
	7.A.7.4	Representa relaciones cuantitativas con gráficas e interpreta el significado de un segmento específico de una gráfica.
<b>7.A.8</b>	<b>Resuelve ecuaciones lineales en una variable (de uno y dos pasos) mediante el uso de tablas, gráficas y manipulaciones algebraicas.</b>	
	<b>7.A.8.1</b>	Representa y resuelve problemas matemáticos y de la vida diaria con ecuaciones lineales de la forma $ax + b = c$ , donde $a$ , $b$ y $c$ son números racionales, utilizando métodos gráficos y simbólicos con o sin tecnología.
<b>7.A.9</b>	<b>Representa e interpreta inecuaciones en una variable de forma geométrica y simbólica.</b>	
	7.A.9.1	Representa y escribe la solución de una desigualdad de la forma $x > a$ , $x < a$ , $x \leq a$ , $x \geq a$ y $a \leq x \leq b$ en una recta numérica.
<b>Geometría</b>	<b>El estudiante es capaz de identificar formas y dimensiones geométricas, y de utilizar el conocimiento espacial para analizar sus estructuras, características, propiedades y relaciones a fin de reconocer y descubrir el entorno físico.</b>	

<b>SÉPTIMO GRADO PREÁLGEBRA</b>		
<b>7.G.10</b>	<b>Formula enunciados generales que relacionan figuras geométricas bidimensionales y tridimensionales usando sus características y propiedades.</b>	
	<b>7.G.10.1</b>	Relaciona y aplica redes (Ejemplo: plantilla del cubo, pirámide, entre otras) para analizar y representar figuras geométricas tridimensionales en términos de figuras geométricas bidimensionales.
	<b>7.G.10.2</b>	Formula aseveraciones generales que describen las características y propiedades de los círculos, polígonos, prismas, pirámides, conos, esferas y cilindros.
	7.G.10.3	Aplica y relaciona las fórmulas para el área y la circunferencia de un círculo y las usa para resolver problemas.
<b>7.G.11</b>	<b>Identifica las partes del círculo y sus relaciones.</b>	
	<b>7.G.11.1</b>	Construye, identifica y define las partes del círculo: radio, cuerda, diámetro, centro, circunferencia y arco.
	7.G.11.2	Determina la relación entre el diámetro, el radio y la circunferencia.
<b>Medición</b>	<b>El estudiante es capaz de aplicar sistemas, herramientas y técnicas de medición con precisión, y establece conexiones entre conceptos espaciales y numéricos.</b>	
<b>7.M.12</b>	<b>Convierte e investiga las relaciones entre unidades de medida del sistema métrico e inglés.</b>	
	<b>7.M.12.1</b>	Utiliza los conceptos razón y proporción para resolver problemas de velocidad promedio, distancia, tiempo o variación directa.

<b>SÉPTIMO GRADO PREÁLGEBRA</b>		
<b>7.M.13</b>	<b>Aplica el concepto de medida para determinar perímetro, área de superficie y volumen de figuras geométricas.</b>	
	<b>7.M.13.1</b>	Establece y aplica las fórmulas de perímetro y de área de figuras geométricas bidimensionales para determinar el área de superficie, y calcula el volumen de figuras geométricas tridimensionales, incluidas pirámides y cilindros.
	<b>7.M.13.2</b>	Selecciona la unidad de medida más apropiada para determinar perímetro, área y volumen.
	(+)7.M.13.3	Formula y aplica cambios de escala en las dimensiones de una figura que produce cambios en el perímetro, área, circunferencia, área de superficie y volumen de la figura resultante. <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Construye e interpreta dibujos y modelos a escala.</li> <li>➤ Reconoce que el perímetro, área y volumen se afectan por cambios en la escala.</li> </ul>
<b>Análisis de datos y probabilidad</b>	<b>El estudiante es capaz de aplicar diferentes métodos de recopilación, organización, interpretación y representación de datos para describir, hacer inferencias, predicciones, llegar a conclusiones y tomar decisiones.</b>	
<b>7.E.14</b>	<b>Compara e interpreta dos grupos de datos relacionados en tablas y gráficas.</b>	
	7.E.14.1	Define una población pequeña donde recopila datos de dos atributos y determina cómo medir esos atributos para contestar y formular preguntas.
<b>7.E.15</b>	<b>Organiza datos de dos variables por sus atributos y los clasifica en variable categórica o numérica.</b>	
	<b>7.E.15.1</b>	Clasifica y representa por separado cada atributo de una variable cuantitativa o cualitativa utilizando la gráfica apropiada (tallo y hoja, diagrama de dispersión, gráfica de barras, diagrama de caja y bigote).

<b>SÉPTIMO GRADO PREÁLGEBRA</b>		
<b>7.E.16</b>	<b>Investiga los procesos de probabilidad y evalúa sus modelos.</b>	
	<b>7.E.16.1</b>	Aproxima la probabilidad de un suceso aleatorio y predice su frecuencia relativa aproximada con respecto al total de intentos.
	<b>7.E.16.2</b>	Desarrolla un modelo de probabilidad uniforme o no uniforme y lo usa para determinar la probabilidad de sucesos. Compara las probabilidades de un modelo con las frecuencias observadas de datos generados por un proceso aleatorio.
	<b>7.E.16.3</b>	Interpreta que la probabilidad de un suceso compuesto es la fracción de resultados del espacio muestral en el cual ocurre el suceso.
	<b>7.E.16.4</b>	Identifica y representa los resultados de espacios muestrales de sucesos compuestos usando métodos, como listas organizadas, tablas y diagramas de árbol.
	7.E.16.5	Diseña y usa una simulación para generar frecuencias de sucesos compuestos.
<b>7.E.17</b>	<b>Reconoce que la estadística se puede usar para obtener información sobre una población analizando una muestra de la misma.</b>	
	<b>7.E.17.1</b>	Interpreta que las generalizaciones a partir de una muestra son válidas solo si la muestra es representativa de la población.
	7.E.17.2	Reconoce que el muestreo aleatorio tiende a producir muestras representativas y a respaldar inferencias válidas.
	<b>7.E.17.3</b>	Compara las estadísticas utilizando las medidas de tendencia central y de dispersión de los datos obtenidos para llegar a conclusiones.

<b>SÉPTIMO GRADO</b> <b>PREÁLGEBRA</b>		
	(+)7.E.17.4	Interpreta que la media de la muestra tiende a acercarse a la media de la población a medida que el tamaño de la muestra aumenta.

<b>OCTAVO GRADO ÁLGEBRA I</b>									
<b>Numeración y Operación</b>	<b>El estudiante es capaz de reconocer y aplicar los conceptos matemáticos al representar, estimar, realizar cálculos, relacionar números y sistemas numéricos para resolver problemas matemáticos y de la vida diaria.</b>								
<b>8.N.1</b>	<b>Describe los números reales como el conjunto de todos los números decimales y utiliza la notación científica, la estimación y las propiedades de las operaciones para representar y resolver problemas con números reales.</b>								
	<table border="1"> <tbody> <tr> <td style="background-color: #f28b82;"><b>8.N.1.1</b></td> <td>Reconoce, relaciona y aplica las propiedades de los números racionales (asociativa, conmutativa, identidad, inverso, distributiva, clausura) para resolver problemas, y usa técnicas de estimación para decidir si la respuesta es razonable.</td> </tr> <tr> <td style="background-color: #f28b82;"><b>8.N.1.2</b></td> <td>Usa los símbolos de raíz cuadrada y raíz cúbica para representar soluciones a las ecuaciones de la forma <math>x^2 = p</math> y <math>x^3 = p</math>, donde <math>p</math> es un número racional positivo, y determina las raíces cuadradas de cuadrados perfectos y la raíz cúbica de cubos perfectos.</td> </tr> <tr> <td style="background-color: #f28b82;"><b>8.N.1.3</b></td> <td>Realiza operaciones con números expresados en notación científica y en notación decimal. Usa la notación científica para representar medidas muy grandes o muy pequeñas como las producidas por la tecnología (<i>megabits</i> y <i>gigabytes</i>, entre otros).</td> </tr> <tr> <td style="background-color: #f28b82;">8.N.1.4</td> <td>Describe los números reales como el conjunto de todos los posibles números decimales. Reconoce que los números reales que no son racionales se llaman números irracionales (<math>\pi</math>, <math>\sqrt{2}</math>, entre otros) y distingue entre ambos conjuntos.</td> </tr> </tbody> </table>	<b>8.N.1.1</b>	Reconoce, relaciona y aplica las propiedades de los números racionales (asociativa, conmutativa, identidad, inverso, distributiva, clausura) para resolver problemas, y usa técnicas de estimación para decidir si la respuesta es razonable.	<b>8.N.1.2</b>	Usa los símbolos de raíz cuadrada y raíz cúbica para representar soluciones a las ecuaciones de la forma $x^2 = p$ y $x^3 = p$ , donde $p$ es un número racional positivo, y determina las raíces cuadradas de cuadrados perfectos y la raíz cúbica de cubos perfectos.	<b>8.N.1.3</b>	Realiza operaciones con números expresados en notación científica y en notación decimal. Usa la notación científica para representar medidas muy grandes o muy pequeñas como las producidas por la tecnología ( <i>megabits</i> y <i>gigabytes</i> , entre otros).	8.N.1.4	Describe los números reales como el conjunto de todos los posibles números decimales. Reconoce que los números reales que no son racionales se llaman números irracionales ( $\pi$ , $\sqrt{2}$ , entre otros) y distingue entre ambos conjuntos.
<b>8.N.1.1</b>	Reconoce, relaciona y aplica las propiedades de los números racionales (asociativa, conmutativa, identidad, inverso, distributiva, clausura) para resolver problemas, y usa técnicas de estimación para decidir si la respuesta es razonable.								
<b>8.N.1.2</b>	Usa los símbolos de raíz cuadrada y raíz cúbica para representar soluciones a las ecuaciones de la forma $x^2 = p$ y $x^3 = p$ , donde $p$ es un número racional positivo, y determina las raíces cuadradas de cuadrados perfectos y la raíz cúbica de cubos perfectos.								
<b>8.N.1.3</b>	Realiza operaciones con números expresados en notación científica y en notación decimal. Usa la notación científica para representar medidas muy grandes o muy pequeñas como las producidas por la tecnología ( <i>megabits</i> y <i>gigabytes</i> , entre otros).								
8.N.1.4	Describe los números reales como el conjunto de todos los posibles números decimales. Reconoce que los números reales que no son racionales se llaman números irracionales ( $\pi$ , $\sqrt{2}$ , entre otros) y distingue entre ambos conjuntos.								
<b>Álgebra</b>	<b>El estudiante es capaz de realizar y representar operaciones numéricas que incluyen relaciones de cantidad, funciones, análisis de cambios, emplea números, variables y signos para resolver problemas matemáticos y de la vida diaria.</b>								

<b>OCTAVO GRADO ÁLGEBRA I</b>		
<b>8.A.2</b>	<b>Identifica funciones basándose en el comportamiento de su gráfica y su razón de cambio, y describe funciones usando la notación y terminología apropiada.</b>	
	<b>8.A.2.1</b>	Reconoce y describe, usando la terminología apropiada, el concepto función (dominio, campo de valores o alcance, entre otros) y determina a partir de su gráfica, diagramas de correspondencia, tablas y descripción verbal si una relación representa o no una función.
	<b>8.A.2.2</b>	Compara las propiedades de dos funciones y las representa de diferentes formas (algebraica, gráficas, tablas de valores y/o descripción verbal).
	<b>8.A.2.3</b>	Relación lineal o no lineal <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Determina e interpreta si una relación representada por descripción verbal, tabla de valores, gráfica o forma simbólica es lineal o no lineal verificando si la razón de cambio es constante o no constante.</li> <li>➤ Interpreta que la ecuación de la forma <math>y = mx + b</math> define una función lineal cuya gráfica es una recta y la razón de cambio o pendiente es constante.</li> </ul>
	8.A.2.4	Relaciona el dominio de una función con su gráfica y en el contexto de un problema matemático o de la vida diaria.
<b>8.A.3</b>	<b>Resuelve ecuaciones lineales de una variable y usa funciones lineales para modelar relaciones entre cantidades.</b>	
	<b>8.A.3.1</b>	Resuelve ecuaciones lineales en una variable con una solución, un número infinito de soluciones o sin solución. Muestra cuál de estas posibilidades se presenta transformando la ecuación original a ecuaciones equivalentes más simples de la forma $x = a$ , $a = a$ , o $a = b$ , donde $a$ y $b$ son números diferentes.

<b>OCTAVO GRADO ÁLGEBRA I</b>		
	<b>8.A.3.2</b>	Traza la gráfica de una función que representa una relación lineal entre dos cantidades (dos variables). Determina y/o interpreta la razón de cambio y el intercepto en y de la función a partir de la descripción de una relación o de dos valores $(x, y)$ presentados en una tabla, en una gráfica o en el contexto de un problema matemático o de la vida diaria.
	8.A.3.3	Resuelve ecuaciones lineales en una variable con coeficientes numéricos racionales, incluidas ecuaciones cuya solución requiere utilizar y aplicar la propiedad distributiva y combinar términos semejantes.
	(+) 8.A.3.4	Utiliza la función lineal para interpretar, modelar y resolver problemas que exhiben razón de cambio constante.
<b>8.A.4</b>	<b>Analiza y resuelve pares de ecuaciones lineales simultáneas.</b>	
	<b>8.A.4.1</b>	Resuelve un sistema que consiste en: <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ dos ecuaciones lineales en dos variables</li> <li>➤ dos inecuaciones lineales en dos variables</li> </ul> usando gráficas, tablas, el método algebraico y la tecnología, y describe la naturaleza de las posibles soluciones (no tiene solución; tiene una solución; tiene infinitas soluciones).
	8.A.4.2	Analiza y explica el razonamiento usado para resolver un sistema de ecuaciones lineales. Reconoce que las soluciones para un sistema de dos ecuaciones lineales de dos variables corresponden a los puntos de intersección, si existen, de sus gráficas.
	8.A.4.3	Reconoce y resuelve problemas que se pueden representar por un sistema de ecuaciones e inecuaciones lineales. Interpreta la solución en términos del contexto del problema.
	<b>8.A.4.4</b>	Resuelve problemas matemáticos y de la vida diaria utilizando un sistema de dos ecuaciones lineales en dos variables.

<b>OCTAVO GRADO ÁLGEBRA I</b>		
<b>8.A.5</b>	<b>Reconoce y aplica las propiedades de los exponentes para simplificar expresiones numéricas y algebraicas.</b>	
	<b>8.A.5.1</b>	<p>Propiedades de los exponentes.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Reconoce las propiedades de los exponentes enteros.</li> <li>➤ Aplica las propiedades de los exponentes enteros para simplificar expresiones numéricas y algebraicas equivalentes (Ejemplo: <math>z^2 \times z^{-5} = z^{-3} = \frac{1}{z^3}</math>).</li> </ul>
<b>8.A.6</b>	<b>Realiza las operaciones básicas con monomios, binomios, trinomios y polinomios en general.</b>	
	<b>8.A.6.1</b>	Utiliza la terminología relacionada a expresiones polinómicas y efectúa las operaciones de suma, resta, multiplicación y división.
	8.A.6.2	Utiliza la factorización y las propiedades de los exponentes para realizar operaciones básicas con polinomios.
	<b>8.A.6.3</b>	Representa mediante expresiones algebraicas el perímetro, área y volumen de figuras geométricas bidimensionales y tridimensionales.
	<b>8.A.6.4</b>	Factoriza expresiones cuadráticas simples (factor común, trinomio cuadrado perfecto, diferencia de cuadrados y cuadráticas de la forma $ax^2 + bx + c$ que factorizan sobre los enteros).
<b>8.A.7</b>	<b>Reconoce que la razón de cambio constante se asocia a relaciones lineales y la interpreta en problemas matemáticos y de la vida diaria.</b>	
	8.A.7.1	Demuestra que la inclinación de una recta representa que la razón de cambio es constante y describe gráficamente la relación proporcional de las variables.
	<b>8.A.7.2</b>	Describe, usa e interpreta la razón de cambio (asociada con incrementos y reducciones) para modelar problemas matemáticos y de la vida diaria, como tasas, razones y porcentajes.

<b>OCTAVO GRADO ÁLGEBRA I</b>		
	8.A.7.3	Establece conexiones y traduce entre representaciones equivalentes de relaciones lineales, que incluyen gráficas, tablas y expresiones verbales para resolver problemas.
<b>Geometría</b>	<b>El estudiante es capaz de identificar formas y dimensiones geométricas, y de utilizar el conocimiento espacial para analizar sus estructuras, características, propiedades y relaciones a fin de reconocer y descubrir el entorno físico.</b>	
<b>8.G.8</b>	<b>Explora y aplica el teorema de Pitágoras para solucionar problemas de medición.</b>	
	8.G.8.1	Prueba el teorema de Pitágoras midiendo el área de cuadrados contruidos sobre los lados de un triángulo rectángulo.
	<b>8.G.8.2</b>	Aplica el teorema de Pitágoras para determinar la longitud desconocida de un lado de un triángulo rectángulo y para calcular la distancia entre dos puntos en el plano cartesiano.
<b>Medición</b>	<b>El estudiante es capaz de aplicar sistemas, herramientas y técnicas de medición con precisión, y establece conexiones entre conceptos espaciales y numéricos.</b>	
<b>8.M.9</b>	<b>Utiliza instrumentos y técnicas para determinar medidas con el grado de precisión apropiado y reconoce las fórmulas de volumen de conos, cilindros y esferas, y las usa para resolver problemas de la vida diaria.</b>	
	<b>8.M.9.1</b>	Determina cómo son afectadas las medidas y dimensiones por los cambios en la escala de la figura que se mide.
	8.M.9.2	Investiga la relación entre el cilindro y el cono para desarrollar la fórmula de volumen.

<b>OCTAVO GRADO ÁLGEBRA I</b>		
	<b>8.M.9.3</b>	Usa coordenadas y la fórmula de distancia para determinar el perímetro de polígonos, y longitudes para calcular el área de triángulos y rectángulos en el plano cartesiano.
<b>Análisis de datos y probabilidad</b>	<b>El estudiante es capaz de aplicar diferentes métodos de recopilación, organización, interpretación y representación de datos para describir, hacer inferencias, predicciones, llegar a conclusiones y tomar decisiones.</b>	
<b>8.E.10</b>	<b>Formula preguntas que pueden contestarse con el análisis de datos obtenidos de una encuesta. Analiza los resultados de una encuesta presentada en los medios de comunicación.</b>	
	<b>8.E.10.1</b>	Examina los resultados de encuestas presentadas en los medios de comunicación para determinar cómo fue seleccionada la muestra de la población y cuál fue el método utilizado para presentarla.
	<b>8.E.10.2</b>	Identifica las fuentes de sesgos que pueden afectar los resultados de la encuesta.
	<b>8.E.10.3</b>	Analiza e identifica gráficas engañosas (dudosas o ambiguas).
<b>8.E.11</b>	<b>Determina el espacio muestral de un experimento y emplea la regla de conteo de multiplicación.</b>	
	<b>8.E.11.1</b>	Describe el evento como subconjuntos de un espacio muestral (el conjunto de resultados) usando las características (o categorías) de los resultados, o como uniones, intersecciones o complementos de otros eventos (“o”, “y”, “no” diagrama de Venn).
<b>8.E.12</b>	<b>Resume, representa e interpreta datos de una sola variable continua o discreta.</b>	

<b>OCTAVO GRADO</b> <b>ÁLGEBRA I</b>		
	(+)8.E.12.1	Usa la estadística adecuada, según la forma de la distribución de los datos para comparar el centro (moda, mediana, media) y la dispersión (rango intercuartil, desviación estándar) de dos o más conjuntos de datos.
	(+)8.E.12.2	Interpreta la diferencia de la forma, el centro y la dispersión, según el contexto de los conjuntos de datos, al analizar los posibles efectos de los valores extremos.

<b>NOVENO GRADO ÁLGEBRA II</b>		
<b>Numeración y Operación</b>	<b>El estudiante es capaz de reconocer y aplicar los conceptos matemáticos al representar, estimar, realizar cálculos, relacionar números y sistemas numéricos para resolver problemas matemáticos y de la vida diaria.</b>	
<b>ES.N.1</b>	<b>Usa la propiedad de clausura de números racionales e irracionales, y aplica conceptos básicos de la teoría de conjuntos.</b>	
	<b>ES.N.1.1</b>	Comprende por qué la suma, la resta o el producto de dos números racionales es racional; y por qué la suma o el producto de un número racional y un número irracional es irracional.
<b>ES.N.2</b>	<b>Razona cuantitativamente y usa unidades para resolver problemas.</b>	
	<b>ES.N.2.1</b>	Define cantidades adecuadas con el fin de hacer modelos descriptivos.
	<b>ES.N.2.2</b>	Escoge el grado de precisión adecuado a las restricciones de medición al reportar cantidades.
<b>ES.N.3</b>	<b>Realiza operaciones aritméticas con números complejos.</b>	
	<b>ES.N.3.1</b>	Reconoce que existe un número complejo $i$ , tal que $i^2 = -1$ , y que todo número complejo es de la forma $a + bi$ , donde $a$ y $b$ son números reales.
	<b>ES.N.3.2</b>	Usa la relación $i^2 = -1$ y las propiedades conmutativa, asociativa y distributiva para sumar, restar y multiplicar números complejos.
	<b>ES.N.3.3</b>	División de números complejos <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Determina el conjugado de un número complejo.</li> <li>➤ Utiliza conjugados para hallar cocientes de números complejos.</li> </ul>

<b>NOVENO GRADO ÁLGEBRA II</b>		
<b>ES.N.4</b>	<b>Usa números complejos en identidades polinómicas y ecuaciones.</b>	
	<b>ES.N.4.1</b>	Resuelve ecuaciones cuadráticas con coeficientes en el conjunto de los números reales que tienen soluciones en el conjunto de los números complejos.
	(+) ES.N.4.2	Extiende las identidades polinómicas a los números complejos (reescribir la expresión $x^2 + 4$ como $(x + 2i)(x - 2i)$ ).
	(+) <b>ES.N.4.3</b>	Conoce el teorema fundamental del álgebra; demuestra que se cumple para polinomios cuadráticos.
<b>ES.N.7</b>	<b>Realiza operaciones con logaritmos.</b>	
	<b>ES.N.7.1</b>	Realiza operaciones básicas con logaritmos naturales y comunes.
	<b>ES.N.7.2</b>	Aplica las propiedades de los logaritmos $\log_b(xy) = \log_b x + \log_b y$ ; $\log_b\left(\frac{x}{y}\right) = \log_b x - \log_b y$ ; $\log_b x^a = a \log_b x$ para todo $x > 0, y > 0, b > 0, b \neq 1$ .
<b>ES.N.8</b>	<b>Realiza operaciones en matrices y usa matrices en aplicaciones.</b>	
	(+) ES.N.8.1	Usa matrices para representar y manipular datos (para representar pagos o relaciones de incidencia en una red).
	(+) ES.N.8.2	Multiplica matrices por escalares para producir matrices nuevas (cuando se duplican los pagos en un juego).
	(+) ES.N.8.3	Suma, resta y multiplica matrices de dimensiones apropiadas.

<b>NOVENO GRADO ÁLGEBRA II</b>		
<b>ES.N.9</b>	<b>Usa las propiedades de los números reales para resolver problemas con expresiones, ecuaciones y funciones.</b>	
	<b>ES.N.9.1</b>	Usa las propiedades para resolver problemas con expresiones, ecuaciones y funciones, y escoge e interpreta unidades en fórmulas de manera consistente, así como la escala y el origen en gráficas al representar datos.
<b>Álgebra</b>	<b>El estudiante es capaz de realizar y representar operaciones numéricas que incluyen relaciones de cantidad, funciones, análisis de cambios, emplea números, variables y signos para resolver problemas matemáticos y de la vida diaria.</b>	
<b>ES.A.10</b>	<b>Realiza las operaciones básicas con monomios, binomios y polinomios, aplica estas operaciones para analizar el comportamiento gráfico de las funciones polinómicas y aplica la composición y descomposición de funciones para construir modelos y resolver problemas.</b>	
	<b>ES.A.10.2</b>	Utiliza la factorización y las propiedades de los exponentes para realizar las operaciones básicas con polinomios.
	ES.A.10.4	Factoriza expresiones cuadráticas simples (factor común, trinomio cuadrado perfecto, diferencia de cuadrados y cuadráticas de la forma $ax^2 + bx + c$ que factorizan sobre los enteros).
<b>ES.A.12</b>	<b>Interpreta la estructura de las expresiones.</b>	
	<b>ES.A.12.1</b>	Interpreta expresiones que representan una cantidad, según su contexto y los componentes de una expresión, como sus términos, factores y coeficientes (Ejemplo: Interpretar $P(1 + r)^n$ como el producto de $P$ y un factor que no depende de $P$ ).
<b>ES.A.13</b>	<b>Escribe expresiones en formas equivalentes para resolver problemas.</b>	

<b>NOVENO GRADO</b> <b>ÁLGEBRA II</b>		
	(+) ES.A.13.1	Determina la fórmula para la suma de una serie aritmética y geométrica finita (cuando la razón común no es 1) y usa la fórmula para resolver problemas de la vida diaria (Ejemplo: Calcular los pagos de una hipoteca).
<b>ES.A.14</b>	<b>Reconoce la propiedad de clausura.</b>	
	<b>ES.A.14.1</b>	Reconoce que los polinomios forman un sistema análogo a los enteros, es decir, son cerrados para las operaciones de suma, resta y multiplicación.
<b>ES.A.15</b>	<b>Reconoce la relación entre los ceros y los factores de un polinomio.</b>	
	<b>ES.A.15.1</b>	Reconoce y aplica el teorema del residuo: para un polinomio $p(x)$ y un número $a$ , el residuo de división por $x - a$ es $p(a)$ , por tanto, $p(a) = 0$ si, y solo si, $(x - a)$ es un factor de $p(x)$ .
	<b>ES.A.15.2</b>	Identifica los ceros en polinomios mediante la factorización, y usa los ceros para construir una gráfica aproximada de la función definida por el polinomio.
<b>ES.A.16</b>	<b>Usa polinomios para resolver problemas matemáticos.</b>	
	<b>ES.A.16.3</b>	Reescribe expresiones racionales simples de diferentes formas; escribe $\frac{a(x)}{b(x)}$ de la forma $q(x) + \frac{r(x)}{b(x)}$ , donde $a(x)$ , $b(x)$ , $q(x)$ y $r(x)$ son polinomios, con el grado de $r(x)$ menor que el grado de $b(x)$ , $b(x) \neq 0$ , usando la división larga y la división sintética (si aplica).
	<b>ES.A.16.4</b>	Reconoce que las expresiones racionales forman un sistema análogo a los números racionales, que es cerrado para la suma, la resta, la multiplicación y la división por una expresión racional diferente de cero.

<b>NOVENO GRADO ÁLGEBRA II</b>		
<b>ES.A.17</b>	<b>Crea ecuaciones que describen números o relaciones.</b>	
	<b>ES.A.17.1</b>	Representa restricciones mediante ecuaciones o inecuaciones, y mediante sistemas de ecuaciones y/o inecuaciones, e interpreta las soluciones como opciones viables o no viables en el contexto de hacer un modelo (Ejemplo: Representar inecuaciones para describir restricciones nutricionales y de costos en combinaciones de diferentes alimentos).
<b>ES.A.18</b>	<b>Identifica ciertas relaciones no lineales y las clasifica en relaciones exponenciales o relaciones cuadráticas basándose en la razón de cambio en tablas, formas simbólicas o representaciones gráficas.</b>	
	ES.A.18.1	Multiplica un par de expresiones lineales e interpreta el resultado de la operación numéricamente por evaluación, por medio de una tabla de valores y gráficamente. ➤ Reconoce que al multiplicar factores lineales produce relaciones no lineales.
<b>ES.A.19</b>	<b>Representa e interpreta funciones exponenciales y cuadráticas basadas en situaciones matemáticas y de la vida diaria por medio de tablas, formas simbólicas y representaciones gráficas, y soluciona ecuaciones relacionadas con estas funciones.</b>	
	<b>ES.A.19.1</b>	Describe los efectos de los cambios en el coeficiente, la base y el exponente en el comportamiento de una función exponencial. Distingue entre las representaciones generales para ecuaciones exponenciales ( $y = b^x$ ; $y = a(b^x)$ ) y ecuaciones cuadráticas $y = -x^2$ ; $2y = (-x)^2$ ; $y = x^2$ ; $y = ax^2$ ; $y = x^2 + c$ ; $y = ax^2 + c$ , y describe cómo los valores $a$ , $b$ , $c$ afectan su gráfica.
	ES.A.19.2	Desarrolla y describe las múltiples representaciones de las soluciones de las ecuaciones cuadráticas y exponenciales utilizando manipulativos, tablas, gráficas, expresiones simbólicas y la tecnología.

<b>NOVENO GRADO ÁLGEBRA II</b>		
<b>ES.A.20</b>	<b>Reconoce la solución de ecuaciones como un proceso de razonamiento y explica dicho razonamiento.</b>	
	<b>ES.A.20.1</b>	Resuelve ecuaciones racionales y radicales simples de una variable y reconoce que algunas soluciones pueden dar como resultado soluciones extrañas (soluciones que no satisfacen la ecuación o el problema realmente).
<b>ES.A.21</b>	<b>Resuelve ecuaciones e inecuaciones de una variable.</b>	
	ES.A.21.1	Resuelve ecuaciones cuadráticas de una variable. Usa el método de completar el cuadrado para transformar cualquier ecuación cuadrática de $x$ en una ecuación de la forma $(x - p)^2 = q$ que tenga las mismas soluciones. Demuestra la fórmula cuadrática a partir de esta forma.
	<b>ES.A.21.2</b>	Resuelve ecuaciones cuadráticas por: <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ inspección (<math>x^2 = 49</math>),</li> <li>➤ factorización,</li> <li>➤ raíz cuadrada,</li> <li>➤ completar el cuadrado y</li> <li>➤ la fórmula cuadrática,</li> </ul> según corresponda a la forma original de la ecuación. Reconoce casos en que la fórmula cuadrática da soluciones complejas y las escribe como $a \pm bi$ para números reales $a$ y $b$ .
<b>ES.A.22</b>	<b>Resuelve sistemas de ecuaciones e inecuaciones.</b>	
	<b>ES.A.22.1</b>	Utiliza método gráfico, sustitución y eliminación para sistema mayor de $2 \times 2$ y lo clasifica en sistema consistente independiente, consistente dependiente e inconsistente.
	<b>ES.A.22.2</b>	Resuelve algebraica y gráficamente un sistema formado por una ecuación lineal y una ecuación cuadrática en dos variables.
	(+) ES.A.22.5	Resuelve sistemas de ecuaciones utilizando el método de Gauss Jordan y la regla de Cramer.

<b>NOVENO GRADO</b> <b>ÁLGEBRA II</b>	
<b>ES.A.23</b>	<b>Representa y resuelve ecuaciones e inecuaciones por el método gráfico.</b>
	<p><b>ES.A.23.1</b> Reconoce que la gráfica de una ecuación de dos variables es el conjunto de todas sus soluciones ubicadas en el plano cartesiano, lo cual frecuentemente da una curva (que podría ser una recta).</p>
	<p><b>ES.A.23.2</b> Intersección de las gráficas de dos funciones:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ explica por qué las coordenadas <math>x</math> de los puntos donde las gráficas de las ecuaciones <math>y = f(x)</math> y <math>y = g(x)</math> se intersecan son las soluciones de la ecuación <math>f(x) = g(x)</math>,</li> <li>➤ determina las soluciones aproximadas de la ecuación <math>f(x) = g(x)</math> (utiliza la tecnología para graficar las funciones y prepara tablas de valores o encuentra aproximaciones sucesivas),</li> <li>➤ incluye casos en los que <math>f(x)</math> y/o <math>g(x)</math> sean funciones lineales, polinómicas, racionales, de valor absoluto, exponenciales y logarítmicas.</li> </ul>
	<p><b>ES.A.23.3</b> Traza la gráfica de las soluciones de una desigualdad lineal de dos variables como un semiplano, y para un sistema de desigualdades lineales de dos variables, como la intersección de los correspondientes semiplanos con o sin tecnología.</p>
	<p><b>ES.A.23.4</b> Resuelve inecuaciones cuadráticas en una y dos variables, y traza la gráfica de la solución.</p>
<b>ES.A.24</b>	<b>Clasifica sucesiones como aritméticas, geométricas o ninguna, y desarrolla fórmulas para el término general y las sumas relacionadas.</b>
	<p>(+) <b>ES.A.24.1</b> Determina e interpreta la razón de cambio encontrada en sucesiones y la utiliza para clasificar las sucesiones como aritméticas, geométricas o ninguna.</p>

<b>NOVENO GRADO ÁLGEBRA II</b>		
	(+) ES.A.24.2	Desarrolla el término general para las sucesiones aritméticas o geométricas, y métodos para calcular la suma de los términos de una sucesión aritmética finita o sucesión geométrica y la suma de una serie geométrica infinita.
<b>ES.A.25</b>	<b>Resuelve ecuaciones logarítmicas y exponenciales.</b>	
	(+) ES.A.25.1	Resuelve ecuaciones exponenciales.
	(+) ES.A.25.2	Resuelve ecuaciones logarítmicas y presta atención a las raíces extrañas e interpreta la solución en el contexto del problema matemático.
<b>Funciones</b>	<b>El estudiante es capaz de entender, interpretar, analizar y construir modelos de diversas funciones y sus representaciones. Esto incluye las descripciones verbales, tablas, ecuaciones y gráficas para hacer predicciones y analizar las relaciones al solucionar problemas matemáticos y de la vida diaria.</b>	
<b>ES.F.26</b>	<b>Reconoce el concepto de función y usa notación de funciones.</b>	
	(+) ES.F.26.2	Reconoce que las sucesiones son funciones, algunas veces definidas recursivamente, cuyo dominio es un subconjunto de los enteros (Ejemplo: La sucesión de Fibonacci está definida recursivamente por $f(0) = f(1) = 1, f(n+1) = f(n) + f(n-1)$ para $n \geq 1$ ).
<b>ES.F.27</b>	<b>Reconoce, interpreta, evalúa y analiza funciones.</b>	

<b>NOVENO GRADO</b> <b>ÁLGEBRA II</b>	
<b>ES.F.27.1</b>	<p>Escribe una función definida por una expresión en formas diferentes pero equivalentes, para explicar diferentes propiedades de la función.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Usa el proceso de factorización y completación del cuadrado en una función cuadrática para mostrar los ceros, los valores en los extremos y la simetría de la gráfica, y los interpreta según un contexto.</li> <li>➤ Usa las propiedades de los exponentes para interpretar expresiones de funciones exponenciales (identificar la tasa porcentual de cambio en funciones tales como <math>y = (1.02)^t</math>; <math>y = (0.97)^t</math>; <math>y = 1.01(12)^t</math>; <math>y = (1.2)^{\frac{t}{10}}</math> y clasificarlas como crecimiento o disminución exponencial).</li> </ul>
<b>ES.F.27.2</b>	<p>Compara las propiedades de dos funciones, cada una representada de diferente manera: algebraicamente, gráficamente, en una tabla numérica o descrita verbalmente (Ejemplo: Dada la gráfica para una función cuadrática y otra función expresada de forma algebraica, determinar cuál función tiene el valor máximo mayor).</p>
<b>ES.F.27.3</b>	<p>Reconoce y describe la continuidad, las asíntotas, la simetría (funciones pares e impares) y relaciona estos conceptos con la gráfica de la función.</p>
ES.F.27.4	<p>Distingue entre situaciones que pueden ser modeladas con funciones lineales y con funciones exponenciales. Demuestra que las funciones lineales aumentan por diferencias iguales en intervalos iguales, y que las funciones exponenciales aumentan por factores iguales en intervalos iguales.</p>
ES.F.27.5	<p>Reconoce situaciones en las que una cantidad cambia con respecto a otra cantidad a una tasa constante por intervalo unitario y situaciones en las cuales una cantidad aumenta o disminuye con respecto a otra cantidad a una tasa porcentual constante por intervalo unitario.</p>
ES.F.27.6	<p>Interpreta los parámetros de una función lineal o exponencial en términos de un contexto.</p>

<b>NOVENO GRADO ÁLGEBRA II</b>		
<b>ES.F.28</b>	<b>Interpreta funciones que resultan en aplicaciones según el contexto.</b>	
	<b>ES.F.28.1</b>	Interpreta las características básicas de las gráficas y las tablas de una función que representa dos cantidades en términos de esas cantidades, y traza gráficas que muestran las características a partir de una descripción verbal de la relación. Entre las características se incluyen: intercepto, intervalos en los que la función es creciente, decreciente, positiva o negativa, máximos y mínimos relativos, simetrías, comportamiento en los extremos y periodicidad.
	<b>ES.F.28.2</b>	Calcula e interpreta la tasa de cambio promedio de una función (presentada simbólicamente o en una tabla) en un intervalo específico. Estima la tasa de cambio a partir de una gráfica.
	<b>ES.F.28.3</b>	Modela y resuelve problemas usando la variación directa, inversa y combinada.
	ES.F.28.4	Modela situaciones elaborando ecuaciones e inecuaciones basadas en funciones racionales.
	<b>ES.F.28.5</b>	Utiliza diferentes métodos para resolver ecuaciones e inecuaciones e interpreta las soluciones en términos del contexto.
<b>ES.F.29</b>	<b>Analiza funciones usando diferentes representaciones.</b>	
	<b>ES.F.29.1</b>	Compara y contrasta las características de las diferentes familias de las funciones: polinómicas, racionales, radicales, exponenciales, logarítmicas, trigonométricas y funciones definidas por partes, representadas de múltiples formas.
	<b>ES.F.29.2</b>	Compone y descompone dos funciones, determina su dominio y alcance (campo de valores, rango, imagen), y traza su gráfica. Utiliza la composición de funciones para determinar si dos funciones son inversas una de la otra.

<b>NOVENO GRADO</b> <b>ÁLGEBRA II</b>		
	<b>ES.F.29.3</b>	<p>Traza la gráfica de funciones expresadas simbólicamente y muestra las características claves de la gráfica con y sin tecnología.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Grafica funciones lineales y cuadráticas, indica los puntos de intersección, el punto máximo o mínimo.</li> <li>➤ Grafica funciones de raíz cuadrada, raíz cúbica y funciones por partes, incluye funciones discontinuas y de valor absoluto.</li> <li>➤ Grafica funciones polinómicas e identifica los ceros cuando las factorizaciones son razonables, y muestra su comportamiento en los extremos.</li> <li>➤ Grafica funciones racionales e identifica los ceros y las asíntotas cuando las factorizaciones son razonables, y muestra su comportamiento en los extremos.</li> <li>➤ Grafica funciones trigonométricas y muestra período, línea media (eje primo), amplitud y desfase.</li> <li>➤ (+) Grafica funciones exponenciales y logarítmicas, y señala los interceptos y su comportamiento en los extremos.</li> </ul>
<b>ES.F.30</b>	<b>Construye una función como modelo de la relación entre dos cantidades.</b>	
	<b>ES.F.30.1</b>	<p>Modelos de funciones</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Usa una función que describe una relación entre dos cantidades.</li> <li>➤ Determina una expresión explícita, un proceso recursivo o los pasos para un cálculo a partir de un contexto.</li> <li>➤ Combina tipos de funciones en su forma estándar usando operaciones aritméticas (Ejemplo: Construir una función que modele la temperatura de un cuerpo que se va enfriando, agregarle una función constante a una función exponencial decreciente y relacionar estas funciones con el modelo).</li> </ul>

<b>NOVENO GRADO</b> <b>ÁLGEBRA II</b>		
	(+) ES.F.30.2	Aplica el concepto de composición y descomposición de funciones en modelos y en la solución de problemas matemáticos y de la vida diaria (Ejemplo: Si $T(y)$ es la temperatura de la atmósfera en función de la altura, y $h(t)$ es la altitud de un globo meteorológico en función del tiempo, entonces $T(h(t))$ es la temperatura en el lugar donde se encuentra el globo en función del tiempo).
<b>ES.F.31</b>	<b>Construye nuevas funciones a partir de funciones existentes.</b>	
	<b>ES.F.31.2</b>	Identifica funciones pares e impares a partir de sus gráficas y de sus expresiones algebraicas.
	<b>ES.F.31.3</b>	Funciones inversas <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Determina la función inversa de una función <math>f(x)</math>.</li> <li>Resuelve una ecuación de la forma <math>f(x) = c</math> para una función simple <math>f</math> que tiene inverso, y escribe la expresión de la función inversa de una función (Ejemplo: <math>f(x) = 2x^3</math>; o <math>f(x) = \frac{x+1}{x-1}</math> para <math>x \neq 1</math>).</li> </ul>
<b>ES.F.32</b>	<b>Construye y compara modelos lineales, cuadráticos y exponenciales, y resuelve problemas de la vida diaria.</b>	
	<b>ES.F.32.1</b>	Construye funciones lineales y exponenciales, incluidas: <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ sucesiones aritméticas y geométricas,</li> <li>➤ una gráfica,</li> <li>➤ una descripción de la relación o</li> <li>➤ dos pares de entradas y salidas (representadas en tabla o diagrama)</li> </ul> para resolver problemas de la vida diaria.
	<b>ES.F.32.2</b>	Utiliza gráficas y tablas de funciones para observar que una cantidad que aumenta de manera exponencial excede a una cantidad que aumenta de forma lineal, cuadrática o polinómica.

<b>NOVENO GRADO ÁLGEBRA II</b>		
	ES.F.32.3	En modelos exponenciales, expresa como logaritmo la solución de $ab^{(ct)} = d$ , donde $a$ , $c$ y $d$ son números reales, y la base $b$ es 2, 10 o $e$ . Evalúa logaritmos usando la tecnología.
<b>Geometría</b>	<b>El estudiante es capaz de identificar formas y dimensiones geométricas, y de utilizar el conocimiento espacial para analizar sus estructuras, características, propiedades y relaciones a fin de reconocer y descubrir el entorno físico.</b>	
<b>ES.G.47</b>	<b>Utiliza teoremas de semejanza.</b>	
	<b>ES.G.47.1</b>	Demuestra teoremas sobre triángulos, que incluyen los siguientes: <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ una recta paralela a uno de los lados de un triángulo divide a los otros dos proporcionalmente, y viceversa.</li> <li>➤ el teorema de Pitágoras (usando la semejanza de triángulos).</li> </ul>
<b>ES.G.48</b>	<b>Define razones trigonométricas y resuelve problemas matemáticos con triángulos rectángulos.</b>	
	<b>ES.G.48.3</b>	Usa razones trigonométricas y el teorema de Pitágoras para resolver triángulos rectángulos en problemas matemáticos y de la vida diaria.
	(+) ES.G.48.4	Desarrolla las identidades pitagóricas trigonométricas fundamentales de suma y diferencia, doble ángulo y de las funciones (secante, cosecante, tangente y cotangente), que utiliza para simplificar expresiones trigonométricas y resolver triángulos.
<b>ES.G.53</b>	<b>Representa números complejos y sus operaciones en el plano complejo.</b>	
	(+) ES.G.53.3	Calcula la distancia entre números en el plano complejo como el módulo de la diferencia, y el punto medio de un segmento, como el promedio de los números en sus puntos extremos.

<b>NOVENO GRADO ÁLGEBRA II</b>		
<b>Análisis de datos y probabilidad</b>	<b>El estudiante es capaz de aplicar diferentes métodos de recopilación, organización, interpretación y representación de datos para describir, hacer inferencias, predicciones, llegar a conclusiones y tomar decisiones.</b>	
<b>ES.E.61</b>	<b>Resume, representa e interpreta datos de una sola variable de conteo o medición.</b>	
	<b>ES.E.61.1</b>	Usa la media y la desviación estándar de un conjunto de datos para ajustarla a una distribución normal y para estimar porcentajes de población. Reconoce que hay conjuntos de datos para los cuales dicho proceso no es el adecuado. Usa calculadoras, hojas de cálculo y tablas para estimar las áreas bajo una curva normal.
	<b>ES.E.61.2</b>	Identifica escenarios en los que la distribución normal es de utilidad. Describe las características de la distribución normal.
<b>ES.E.64</b>	<b>Interpreta modelos lineales.</b>	
	ES.E.64.1	Interpreta la inclinación (razón de cambio) y el punto de corte (término constante) de un modelo lineal según el contexto de los datos.
	<b>ES.E.64.2</b>	Determina la correlación lineal entre dos variables numéricas con o sin tecnología.
	(+ ES.E.64.5	Examina la influencia de los valores extremos en la correlación y en los modelos de tendencias. <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Investiga y describe los efectos de los valores extremos en el coeficiente de correlación, la pendiente y los interceptos de la línea de regresión.</li> </ul>

<b>DÉCIMO GRADO GEOMETRÍA</b>		
<b>Numeración y Operación</b>	<b>El estudiante es capaz de reconocer y aplicar los conceptos matemáticos al representar, estimar, realizar cálculos, relacionar números y sistemas numéricos para resolver problemas matemáticos y de la vida diaria.</b>	
<b>ES.N.9</b>	<b>Usa las propiedades de los números reales para resolver problemas con expresiones, ecuaciones y funciones.</b>	
	<b>ES.N.9.1</b>	Usa las propiedades para resolver problemas con expresiones, ecuaciones y funciones, y escoge e interpreta unidades en fórmulas de manera consistente, así como la escala y el origen en gráficas al representar datos.
	ES.N.9.2	Representa e interpreta datos en matrices, y desarrolla la suma de matrices y sus propiedades para resolver problemas.
<b>Álgebra</b>	<b>El estudiante es capaz de realizar y representar operaciones numéricas que incluyen relaciones de cantidad, funciones, análisis de cambios, emplea números, variables y signos para resolver problemas matemáticos y de la vida diaria.</b>	
<b>ES.A.10</b>	<b>Realiza las operaciones básicas con monomios, binomios y polinomios, aplica estas operaciones para analizar el comportamiento gráfico de las funciones polinómicas y aplica la composición y descomposición de funciones para construir modelos y resolver problemas.</b>	
	ES.A.10.3	Representa mediante expresiones algebraicas el perímetro, área y volumen de figuras geométricas bidimensionales y tridimensionales.
<b>ES.A.11</b>	<b>Multiplica matrices, verifica las propiedades de la multiplicación de matrices y usa la representación matricial de un sistema de ecuaciones lineales en dos variables para resolver sistemas con y sin tecnología.</b>	

<b>DÉCIMO GRADO GEOMETRÍA</b>		
	<b>ES.A.11.1</b>	Verifica las propiedades de la multiplicación de matrices (2x2), una matriz por un escalar y utiliza estas propiedades para resolver problemas.
	ES.A.11.2	Construye un sistema de ecuaciones lineales modelando situaciones de la vida diaria y representa el sistema como una ecuación matricial ( $Ax = B$ ).
	<b>ES.A.11.3</b>	Resuelve un sistema que consiste en dos ecuaciones lineales en dos variables al resolver la ecuación matricial $Ax = B$ , y hallar $x = A^{-1}B$ utilizando la tecnología.
<b>Geometría</b>	<b>El estudiante es capaz de identificar formas y dimensiones geométricas, y de utilizar el conocimiento espacial para analizar sus estructuras, características, propiedades y relaciones a fin de reconocer y descubrir el entorno físico.</b>	
<b>ES.G.36</b>	<b>Conceptos básicos de geometría</b>	
	ES.G.36.1	Reconoce el concepto geometría.
	<b>ES.G.36.2</b>	Nombra e identifica los conceptos básicos en figuras geométricas y de la vida diaria como: <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ punto</li> <li>➤ recta</li> <li>➤ plano</li> <li>➤ segmento</li> <li>➤ rayo</li> </ul>
	<b>ES.G.36.3</b>	Reconoce y aplica los postulados básicos de la geometría euclidiana.

<b>DÉCIMO GRADO GEOMETRÍA</b>		
<b>ES.G.39</b>	<b>Aplica métodos matemáticos de prueba para desarrollar justificaciones para los teoremas básicos de la geometría euclidiana.</b>	
	<b>ES.G.39.1</b>	Demuestra teoremas sobre rectas y ángulos. Incluye los siguientes teoremas: los ángulos rectos son congruentes; cuando una transversal se corta por rectas paralelas, los ángulos internos alternos son congruentes y los ángulos correspondientes son congruentes; los puntos sobre una bisectriz perpendicular de un segmento de recta son exactamente equidistantes de los puntos extremos del segmento.
	<b>ES.G.39.2</b>	Demuestra teoremas sobre triángulos. Incluye los siguientes teoremas: la suma de los ángulos interiores de un triángulo es de $180^\circ$ ; los ángulos de la base de un triángulo isósceles son congruentes; el segmento que une los puntos medios de dos lados de un triángulo es paralelo al tercer lado y la mitad de su longitud; las medianas de un triángulo se encuentran en un punto.
	<b>ES.G.39.3</b>	Demuestra teoremas sobre paralelogramos. Incluye los siguientes teoremas: los lados opuestos son congruentes; los ángulos opuestos son congruentes; las diagonales de un paralelogramo se bisecan una a la otra y, a la inversa, los rectángulos son paralelogramos con diagonales congruentes.
<b>ES.G.40</b>	<b>Identifica figuras congruentes y justifica estas congruencias estableciendo los criterios mínimos (LLL, LAL, ALA) y realiza las transformaciones que conservan la congruencia entre las figuras.</b>	
	<b>ES.G.40.1</b>	Compara y contrasta la igualdad, la congruencia y la semejanza de triángulos.
	ES.G.40.2	Usa descripciones geométricas de movimientos rígidos para transformar figuras, predice el efecto de un movimiento rígido sobre una figura y usa la definición de congruencia para determinar si son congruentes.

<b>DÉCIMO GRADO GEOMETRÍA</b>		
	ES.G.40.3	Usa la definición de congruencia en términos de movimientos rígidos para mostrar que dos triángulos son congruentes si y solo si los pares de lados correspondientes y los pares de ángulos correspondientes son congruentes.
	<b>ES.G.40.4</b>	Establece los criterios de congruencia de triángulos (ALA, LAL, LLL) que se derivan de la definición de congruencia.
<b>ES.G.41</b>	<b>Identifica y aplica las transformaciones de figuras en el plano cartesiano y describe los resultados de estas transformaciones.</b>	
	<b>ES.G.41.1</b>	Representa transformaciones en el plano cartesiano, describe transformaciones como funciones y compara las que conservan distancia y ángulo con las que no los conservan (traslación, rotación o reflexión versus estiramiento o contracción).
	ES.G.41.2	Describe las reflexiones y rotaciones de polígonos regulares al moverlos sobre sí mismos.
	ES.G.41.3	Desarrolla definiciones para las transformaciones en ángulos, círculos, rectas perpendiculares, rectas paralelas y segmentos de recta.
	<b>ES.G.41.4</b>	Construye una figura geométrica que resulta de una rotación, reflexión o traslación de la figura original (papel milimetrado, papel para calcar o <i>software</i> de geometría). Describe una secuencia de transformaciones que mueve a una figura dada sobre otra.
<b>ES.G.42</b>	<b>Aplica los conceptos de congruencia y semejanza usando modelos físicos, transparencias o <i>software</i> de geometría para identificar figuras semejantes o congruentes. Establece los criterios mínimos (LAL, ALA, LLL) para justificar la semejanza de triángulos y determina las transformaciones que conservan la semejanza entre figuras geométricas.</b>	

<b>DÉCIMO GRADO GEOMETRÍA</b>		
	ES.G.42.1	Reconoce que una figura bidimensional es congruente con otra si la segunda se puede obtener de la primera mediante una secuencia de rotaciones, reflexiones y traslaciones.
	ES.G.42.2	Describe el resultado de transformaciones, traslaciones, rotaciones y reflexiones de figuras bidimensionales usando coordenadas.
	<b>ES.G.42.3</b>	Identifica y aplica los criterios mínimos de acuerdo con los postulados LAL, LLL, AA para establecer la semejanza de triángulos y descubre que la congruencia es un caso especial de semejanza.
	<b>ES.G.42.4</b>	Utiliza la semejanza y las proporciones para calcular las medidas de las partes correspondientes de figuras semejantes y las aplica en otras disciplinas. Usa criterios de congruencia y semejanza de triángulos para resolver problemas matemáticos y demostrar relaciones entre figuras geométricas.
	<b>ES.G.42.5</b>	Construye la representación de una figura semejante a otra figura a partir de la razón de semejanza.
	<b>ES.G.42.6</b>	Utiliza triángulos semejantes para demostrar que la razón de cambio asociada a cualquier par de puntos en una línea se mantiene.
	ES.G.42.7	Utiliza transformaciones centradas en el origen para describir e investigar semejanzas.
<b>ES.G.43</b>	<b>Reconoce y aplica teoremas sobre círculos.</b>	
	<b>ES.G.43.1</b>	Demuestra que todos los círculos son semejantes.
	<b>ES.G.43.2</b>	Identifica y describe relaciones entre ángulos inscritos, radios y cuerdas (incluir las relaciones entre ángulos centrales, inscritos y circunscritos; los ángulos inscritos en un diámetro son ángulos rectos; el radio de un círculo es perpendicular a la tangente en el punto donde el radio interseca el círculo).

<b>DÉCIMO GRADO GEOMETRÍA</b>		
	<b>ES.G.43.3</b>	Construye círculos inscritos y circunscritos en un triángulo y demuestra las propiedades de los ángulos de un cuadrilátero inscrito en un círculo.
	<b>ES.G.43.4</b>	Construye la recta tangente a un círculo desde un punto exterior.
<b>ES.G.44</b>	<b>Realiza construcciones geométricas.</b> <b>Nota: Se recomienda integrar el enfoque STEM-PBL y el uso de la tecnología.</b>	
	<b>ES.G.44.1</b>	Realiza construcciones geométricas formales con una variedad de herramientas y métodos (compás, regla no graduada, cuerda, dispositivos de reflexión, plegado de papel, <i>software</i> de geometría). Copia un segmento; copia un ángulo; biseca un segmento; biseca un ángulo; construye rectas perpendiculares, la bisectriz perpendicular de un segmento de recta; y construye una recta paralela a otra que pase por un punto específico en el mismo plano.
	<b>ES.G.44.2</b>	Construye un triángulo equilátero, un cuadrado y un hexágono regular inscrito en un círculo.
<b>ES.G.45</b>	<b>Aplica conceptos geométricos para diseñar modelos de formas geométricas.</b>	
	ES.G.45.1	Aplica conceptos de densidad basándose en área y volumen para crear modelos (Ejemplo: personas por milla cuadrada, BTU por pie cúbico).
	ES.G.45.2	Aplica métodos geométricos para resolver problemas de diseño (Ejemplo: Diseñar un objeto o estructura para satisfacer restricciones físicas o minimizar costos; trabajar con sistemas tipográficos de cuadrículas utilizando razones).
<b>ES.G.46</b>	<b>Aplica métodos matemáticos de prueba para desarrollar justificaciones para los teoremas básicos de la geometría euclidiana.</b>	

<b>DÉCIMO GRADO GEOMETRÍA</b>		
	ES.G.46.1	Establece conjeturas basadas en la exploración de situaciones geométricas, con y sin tecnología.
	<b>ES.G.46.2</b>	Prueba, directa o indirectamente, que un enunciado matemático válido es cierto. Desarrolla un contraejemplo para demostrar que un enunciado no es válido.
	(+) ES.G.46.3	Formula e investiga la validez del inverso de una proposición condicional.
	(+) ES.G.46.4	Organiza y presenta pruebas directas y pruebas indirectas utilizando dos columnas, párrafos y diagramas de flujo.
<b>ES.G.47</b>	<b>Utiliza teoremas de semejanza.</b>	
	<b>ES.G.47.1</b>	Demuestra teoremas sobre triángulos, Incluye los siguientes teoremas: <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ una recta paralela a uno de los lados de un triángulo divide a los otros dos proporcionalmente, y viceversa.</li> <li>➤ el teorema de Pitágoras (usando la semejanza de triángulos).</li> </ul>
<b>Medición</b>	<b>El estudiante es capaz de aplicar sistemas, herramientas y técnicas de medición con precisión, y establece conexiones entre conceptos espaciales y numéricos.</b>	
<b>ES.M.56</b>	<b>Justifica y aplica las fórmulas de medidas asociadas a figuras geométricas bidimensionales y tridimensionales para perímetro/circunferencia, área y volumen, y aplica estas fórmulas y propiedades geométricas relacionadas con ángulos y medidas de arco para resolver problemas matemáticos y de la vida diaria.</b>	
	<b>ES.M.56.1</b>	Presenta un argumento informal para las fórmulas de la circunferencia y área de un círculo, volumen de un cilindro, pirámide, cono y esferas.

<b>DÉCIMO GRADO GEOMETRÍA</b>		
	<b>ES.M.56.2</b>	Resuelve problemas de la vida diaria usando las fórmulas de volumen para cilindros, pirámides, conos y esferas.
	<b>ES.M.56.3</b>	Identifica las figuras de las secciones transversales bidimensionales de objetos tridimensionales, e identifica objetos tridimensionales generados por la rotación de objetos bidimensionales.
<b>ES.M.57</b>	<b>Justifica y aplica las fórmulas de medidas asociadas a figuras geométricas bidimensionales y tridimensionales para perímetro/circunferencia, área, volumen.</b>	
	(+) ES.M.57.1	Describe objetos a través de figuras geométricas bidimensionales y tridimensionales, sus medidas y sus propiedades (Ejemplo: un modelo cilíndrico del tronco de un árbol o de un torso humano).
<b>Análisis de datos y probabilidad</b>	<b>El estudiante es capaz de aplicar diferentes métodos de recopilación, organización, interpretación y representación de datos para describir, hacer inferencias, predicciones, llegar a conclusiones y tomar decisiones.</b>	
<b>ES.E.58</b>	<b>Calcula valores esperados y los usa para resolver problemas matemáticos.</b>	
	<b>ES.E.58.1</b>	Define una variable aleatoria para una cantidad de interés asignándole un valor numérico a cada evento de un espacio muestral; grafica la distribución de probabilidad correspondiente con las mismas imágenes gráficas usadas para la distribución de datos.
<b>ES.E.59</b>	<b>Usa probabilidades para evaluar resultados y tomar decisiones.</b>	
	(+) ES.E.59.1	Considera los posibles resultados, asignando probabilidades de acuerdo con los valores esperados para la toma de decisiones.
	(+) ES.E.59.2	Evalúa y compara estrategias usando los valores esperados.

<b>DÉCIMO GRADO GEOMETRÍA</b>		
	(+) <b>ES.E.59.3</b>	Usa probabilidades para tomar decisiones justas.
	(+) ES.E.59.4	Analiza decisiones y estrategias al usar conceptos de probabilidad para resolver problemas de la vida diaria.
<b>ES.E.60</b>	<b>Desarrolla, usa e interpreta simulaciones para estimar probabilidades de eventos cuyos valores teóricos son difíciles o imposibles de calcular.</b>	
	(+) ES.E.60.1	Describe una simulación identificando los componentes y supuestos en un problema de la vida diaria, selecciona el instrumento para generar los resultados, define y especifica la cantidad de intentos y realiza la simulación.
	(+) ES.E.60.2	Resume datos de una simulación usando datos numéricos y las gráficas apropiadas, desarrolla un estimado para la probabilidad de un evento asociado a una situación de la vida diaria y discute el efecto de la cantidad de intentos en la probabilidad estimada de un evento.
	(+) <b>ES.E.60.3</b>	Reconoce que los resultados de una simulación difieren de una simulación a otra; observa que los resultados de una simulación tienden a converger a medida que aumenta el número de intentos.

<b>UNDÉCIMO GRADO TRIGONOMETRÍA</b>	
<b>Numeración y Operación</b>	<b>El estudiante es capaz de reconocer y aplicar los conceptos matemáticos al representar, estimar, realizar cálculos, relacionar números y sistemas numéricos para resolver problemas matemáticos y de la vida diaria.</b>
<b>ES.N.2</b>	<b>Razona cuantitativamente y usa unidades para resolver problemas.</b>
	ES.N.2.1 Define cantidades adecuadas con el fin de hacer modelos descriptivos.
	<b>ES.N.2.2</b> Escoge el grado de precisión adecuado a las restricciones de medición al reportar cantidades.
<b>Funciones</b>	<b>El estudiante es capaz de entender, interpretar, analizar y construir modelos de diversas funciones y sus representaciones. Esto incluye las descripciones verbales, tablas, ecuaciones y gráficas para hacer predicciones y analizar las relaciones al solucionar problemas matemáticos y de la vida diaria.</b>
<b>ES.F.29</b>	<b>Analiza funciones usando diferentes representaciones.</b>

<b>UNDÉCIMO GRADO TRIGONOMETRÍA</b>	
<b>ES.F.29.3</b>	<p>Traza la gráfica de funciones expresadas simbólicamente y muestra las características claves de la gráfica con y sin tecnología.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Grafica funciones lineales y cuadráticas, indica los puntos de intersección, el punto máximo o mínimo.</li> <li>➤ Grafica funciones de raíz cuadrada, raíz cúbica y funciones por partes, incluye funciones discontinuas y de valor absoluto.</li> <li>➤ Grafica funciones polinómicas e identifica los ceros cuando las factorizaciones son razonables, y muestra su comportamiento en los extremos.</li> <li>➤ Grafica funciones racionales e identifica los ceros y las asíntotas cuando las factorizaciones son razonables, y muestra su comportamiento en los extremos.</li> <li>➤ Grafica funciones trigonométricas y muestra período, línea media (eje primo), amplitud y desfase.</li> <li>➤ (+) Grafica funciones exponenciales y logarítmicas, y señala los interceptos y su comportamiento en los extremos.</li> </ul>
<b>ES.F.29.4</b>	Representa las funciones trigonométricas por medio de tablas, gráficas, expresiones verbales y expresiones algebraicas.
<b>ES.F.29.5</b>	Evalúa funciones trigonométricas para un número real de su dominio.
<b>ES.F.29.6</b>	<p>Reconoce las características principales de cada una de las funciones trigonométricas:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ dominio,</li> <li>➤ recorrido (campo de valores, imagen, alcance),</li> <li>➤ intersecciones con los ejes,</li> <li>➤ valores máximos y mínimos,</li> <li>➤ asíntotas,</li> <li>➤ intervalos donde la función es creciente, decreciente o constante.</li> </ul>

<b>UNDÉCIMO GRADO TRIGONOMETRÍA</b>		
<b>ES.F.31</b>	<b>Construye nuevas funciones a partir de funciones existentes.</b>	
	(+) ES.F.31.5	Produce una función que tenga función inversa a partir de una función que no es uno-uno restringiendo el dominio.
<b>ES.F.33</b>	<b>Extiende el dominio de funciones trigonométricas al utilizar el círculo unitario.</b>	
	ES.F.33.1	Reconoce la medida de un ángulo en radianes como la longitud del arco que subtiende ese ángulo sobre el círculo unitario.
	<b>ES.F.33.2</b>	Determina ángulos coterminales (positivos y negativos) para un ángulo en posición estándar.
	<b>ES.F.33.3</b>	Expresa la medida en radianes de un ángulo en grados y viceversa (radianes a grados y grados a radianes).
	ES.F.33.4	Explica cómo el círculo unitario sobre el plano cartesiano permite extender las funciones trigonométricas a todos los números reales utilizando las medidas de los ángulos en radianes.
	<b>ES.F.33.5</b>	<p>Triángulos especiales y círculo unitario</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Usa triángulos especiales para determinar de forma geométrica los valores de seno, coseno y tangente de <math>0, \pi, \frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{6}</math> y sus múltiplos.</li> <li>➤ Usa el círculo unitario para expresar los valores de seno, coseno y tangente de <math>x, \pi - x</math>, y <math>2\pi - x</math> en términos de sus valores de <math>x</math>, donde <math>x</math> es un número real cualquiera.</li> </ul>
	(+) ES.F.33.6	Usa el círculo unitario para explicar la simetría (impar y par) y la periodicidad de las funciones trigonométricas.

<b>UNDÉCIMO GRADO TRIGONOMETRÍA</b>		
	<b>ES.F.33.7</b>	Determina el ángulo de referencia para ángulos (positivos y negativos) en posición estándar.
<b>ES.F.34</b>	<b>Representa fenómenos periódicos con funciones trigonométricas.</b>	
	ES.F.34.1	Utiliza funciones trigonométricas para construir modelos y resolver problemas matemáticos y de la vida diaria.
	ES.F.34.2	Selecciona funciones trigonométricas para modelar fenómenos periódicos con amplitud, frecuencia y línea media.
	(+) ES.F.34.3	Reconoce que al restringir una función trigonométrica a un dominio que siempre aumenta o disminuye permite construir su función inversa correspondiente.
	(+) ES.F.34.4	Resuelve ecuaciones trigonométricas utilizando funciones inversas y evalúa e interpreta las soluciones utilizando la tecnología.
	ES.F.34.5	Utiliza diferentes estrategias para resolver ecuaciones trigonométricas.
<b>ES.F.35</b>	<b>Demuestra y aplica identidades trigonométricas.</b>	
	(+) ES.F.35.1	Demuestra la identidad pitagórica $\text{sen}^2(\theta) + \text{cos}^2(\theta) = 1$ y la usa para determinar $\text{sen}(\theta)$ , $\text{cos}(\theta)$ , o $\text{tan}(\theta)$ , dado $\text{sen}(\theta)$ , $\text{cos}(\theta)$ , o $\text{tan}(\theta)$ y el cuadrante del ángulo.
	(+) ES.F.35.2	Determina las fórmulas de suma y resta para seno, coseno y tangente, y las usa para resolver problemas matemáticos.

<b>UNDÉCIMO GRADO TRIGONOMETRÍA</b>	
<b>Geometría</b>	<b>El estudiante es capaz de identificar formas y dimensiones geométricas, y de utilizar el conocimiento espacial para analizar sus estructuras, características, propiedades y relaciones a fin de reconocer y descubrir el entorno físico.</b>
<b>ES.G.37</b>	<b>Experimenta con transformaciones en el plano cartesiano.</b>
	<p><b>ES.G.37.1</b> Transformaciones geométricas</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Representa transformaciones en el plano cartesiano usando transparencias y <i>software</i> para geometría; describe transformaciones como funciones que asumen puntos en el plano cartesiano como entrada y entregan otros puntos como salida.</li> <li>➤ Compara transformaciones que conservan distancia y ángulo con las que no los conservan (traslación versus ampliación).</li> </ul>
<b>ES.G.48</b>	<b>Define razones trigonométricas y resuelve problemas matemáticos con triángulos rectángulos.</b>
	<p><b>ES.G.48.1</b> Reconoce que, por semejanza, las razones entre los lados de un triángulo rectángulo son una propiedad de los ángulos del triángulo, lo que lleva a la definición de razones trigonométricas para ángulos agudos.</p> <p><b>ES.G.48.2</b> Explica y usa la relación entre seno y coseno de ángulos complementarios.</p> <p><b>ES.G.48.3</b> Usa razones trigonométricas y el teorema de Pitágoras para resolver triángulos rectángulos en problemas matemáticos y de la vida diaria.</p> <p>(+) <b>ES.G.48.4</b> Desarrolla las identidades pitagóricas trigonométricas fundamentales de suma y diferencia, doble ángulo y de las funciones (secante, cosecante, tangente y cotangente), que utiliza para simplificar expresiones trigonométricas y resolver triángulos.</p>

<b>UNDÉCIMO GRADO TRIGONOMETRÍA</b>		
<b>ES.G.49</b>	<b>Determina la longitud de arco y áreas de sectores circulares.</b>	
	<b>ES.G.49.1</b>	Establece, usando la semejanza, que la longitud del arco intersecado por un ángulo central es proporcional al ángulo y define la medida del ángulo en radianes como la constante de proporcionalidad.
<b>ES.G.54</b>	<b>Aplica la trigonometría en triángulos comunes.</b>	
	(+) ES.G.54.1	Determina la fórmula $A = \frac{1}{2}ab \operatorname{sen}(C)$ para el área de un triángulo y dibuja una recta auxiliar desde el vértice perpendicularmente hasta el lado opuesto.
	(+) ES.G.54.2	Demuestra las leyes del seno y del coseno, y las usa para resolver problemas.
	(+) ES.G.54.3	Reconoce y aplica la ley del seno y la del coseno para determinar medidas desconocidas en triángulos rectángulos y triángulos oblicuos (problemas matemáticos de planimetría, fuerzas resultantes).

<b>DUODÉCIMO GRADO ESTADÍSTICAS</b>							
<b>Análisis de datos y probabilidad</b>	<b>El estudiante es capaz de aplicar diferentes métodos de recopilación, organización, interpretación y representación de datos para describir, hacer inferencias, predicciones, llegar a conclusiones y tomar decisiones.</b>						
<b>8.E.10</b>	<b>Formula preguntas que pueden contestarse con el análisis de datos obtenidos de una encuesta. Analiza los resultados de una encuesta presentada en los medios de comunicación.</b>						
	<table border="1"> <tr> <td style="background-color: #d9ead3;"><b>8.E.10.1</b></td> <td>Examina los resultados de encuestas presentadas en los medios de comunicación para determinar cómo fue seleccionada la muestra de la población y el método utilizado para presentarla.</td> </tr> <tr> <td>8.E.10.2</td> <td>Identifica las fuentes de sesgos que pueden afectar los resultados de la encuesta.</td> </tr> <tr> <td style="background-color: #d9ead3;"><b>8.E.10.3</b></td> <td>Analiza e identifica gráficas engañosas (dudosas o ambiguas).</td> </tr> </table>	<b>8.E.10.1</b>	Examina los resultados de encuestas presentadas en los medios de comunicación para determinar cómo fue seleccionada la muestra de la población y el método utilizado para presentarla.	8.E.10.2	Identifica las fuentes de sesgos que pueden afectar los resultados de la encuesta.	<b>8.E.10.3</b>	Analiza e identifica gráficas engañosas (dudosas o ambiguas).
<b>8.E.10.1</b>	Examina los resultados de encuestas presentadas en los medios de comunicación para determinar cómo fue seleccionada la muestra de la población y el método utilizado para presentarla.						
8.E.10.2	Identifica las fuentes de sesgos que pueden afectar los resultados de la encuesta.						
<b>8.E.10.3</b>	Analiza e identifica gráficas engañosas (dudosas o ambiguas).						
<b>8.E.11</b>	<b>Determina el espacio muestral de un experimento y emplea la regla de conteo de multiplicación.</b>						
	<table border="1"> <tr> <td style="background-color: #d9ead3;"><b>8.E.11.1</b></td> <td>Describe el evento como subconjuntos de un espacio muestral (el conjunto de resultados) usando las características (o categorías) de los resultados como uniones, intersecciones o complementos de otros eventos (“o”, “y”, “no” diagrama de Venn).</td> </tr> </table>	<b>8.E.11.1</b>	Describe el evento como subconjuntos de un espacio muestral (el conjunto de resultados) usando las características (o categorías) de los resultados como uniones, intersecciones o complementos de otros eventos (“o”, “y”, “no” diagrama de Venn).				
<b>8.E.11.1</b>	Describe el evento como subconjuntos de un espacio muestral (el conjunto de resultados) usando las características (o categorías) de los resultados como uniones, intersecciones o complementos de otros eventos (“o”, “y”, “no” diagrama de Venn).						
<b>ES.E.58</b>	<b>Calcula valores esperados y los usa para resolver problemas matemáticos.</b>						
	<table border="1"> <tr> <td style="background-color: #d9ead3;"><b>ES.E.58.1</b></td> <td>Define una variable aleatoria para una cantidad de interés asignándole un valor numérico a cada evento de un espacio muestral; grafica la distribución de probabilidad correspondiente con las mismas imágenes gráficas usadas para la distribución de datos.</td> </tr> <tr> <td>(+) ES.E.58.2</td> <td>Calcula el valor esperado de una variable aleatoria y lo interpreta como la media de la distribución de probabilidad.</td> </tr> </table>	<b>ES.E.58.1</b>	Define una variable aleatoria para una cantidad de interés asignándole un valor numérico a cada evento de un espacio muestral; grafica la distribución de probabilidad correspondiente con las mismas imágenes gráficas usadas para la distribución de datos.	(+) ES.E.58.2	Calcula el valor esperado de una variable aleatoria y lo interpreta como la media de la distribución de probabilidad.		
<b>ES.E.58.1</b>	Define una variable aleatoria para una cantidad de interés asignándole un valor numérico a cada evento de un espacio muestral; grafica la distribución de probabilidad correspondiente con las mismas imágenes gráficas usadas para la distribución de datos.						
(+) ES.E.58.2	Calcula el valor esperado de una variable aleatoria y lo interpreta como la media de la distribución de probabilidad.						

<b>DUODÉCIMO GRADO ESTADÍSTICAS</b>		
	(+) ES.E.58.3	Desarrolla una distribución de probabilidad para una variable aleatoria definida en un espacio muestral donde las probabilidades teóricas se puedan calcular. Determina el valor esperado.
	(+) ES.E.58.4	Desarrolla una distribución de probabilidad para una variable aleatoria definida para un espacio muestral en el que las probabilidades están asignadas empíricamente y determina el valor esperado.
<b>ES.E.61</b>	<b>Resume, representa e interpreta datos de una sola variable de conteo o medición.</b>	
	<b>ES.E.61.1</b>	Usa la media y la desviación estándar de un conjunto de datos para ajustarla a una distribución normal y para estimar porcentajes de población. Reconoce que hay conjuntos de datos para los cuales dicho proceso no es el adecuado. Usa calculadoras, hojas de cálculo y tablas para estimar las áreas bajo una curva normal.
	<b>ES.E.61.5</b>	Describe las ventajas y desventajas de utilizar diferentes métodos para medir las variables de interés. Explica cómo pueden surgir sesgos y sus efectos en los resultados del estudio.
	ES.E.61.6	Explica por qué la mayoría de las preguntas de investigación no tienen respuestas únicas y por qué pueden utilizarse varios enfoques.
	<b>ES.E.61.7</b>	Utiliza diferentes medios de comunicación para informar los propósitos, los métodos y los resultados de un estudio estadístico en lenguaje no técnico.
	<b>ES.E.61.9</b>	Define, compara y contrasta la estadística descriptiva e inferencial.
<b>ES.E.62</b>	<b>Comprende que los resultados pueden variar de muestra a población y de muestra a muestra. Analiza, resume y compara resultados de muestras aleatorias con resultados de muestras no aleatorias y censos; utiliza gráficas para presentar y comunicar los resultados.</b>	

<b>DUODÉCIMO GRADO ESTADÍSTICAS</b>		
	ES.E.62.1	Compara medidas de tendencia central y de dispersión obtenidas al utilizar una muestra de una población con las mismas medidas y con datos obtenidos de un censo de la población.
	<b>ES.E.62.2</b>	Reconoce que la media de la muestra tiende a acercarse a la media de la población a medida que el tamaño de la muestra aumenta.
<b>ES.E.63</b>	<b>Resume, representa e interpreta datos de dos variables cualitativas y cuantitativas.</b>	
	ES.E.63.1	Manejo de datos estadísticos <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Resume datos cualitativos y cuantitativos para dos categorías en tablas de dos entradas.</li> <li>➤ Interpreta las frecuencias relativas en el contexto de los datos.</li> <li>➤ Reconoce las asociaciones posibles y las tendencias de los datos.</li> </ul>
	<b>ES.E.63.2</b>	Crea, compara y evalúa las diferentes representaciones gráficas para una distribución de datos agrupados y sin agrupar, con o sin tecnología.
<b>ES.E.64</b>	<b>Interpreta modelos lineales.</b>	
	<b>ES.E.64.1</b>	Interpreta la inclinación (razón de cambio) y el punto de corte (término constante) de un modelo lineal según el contexto de los datos.
	<b>ES.E.64.2</b>	Determina la correlación lineal entre dos variables numéricas con o sin tecnología.
	<b>ES.E.64.3</b>	Analiza la importancia de los valores extremos como causas de posibles errores en los datos (contraejemplos o casos únicos), especialmente cuando se describen tendencias sociales.
	ES.E.64.4	Calcula los residuales por cuadrados mínimos para trazar la línea de regresión; juzga el ajuste del modelo lineal.

<b>DUODÉCIMO GRADO ESTADÍSTICAS</b>		
	(+) ES.E.64.5	Examina la influencia de los valores extremos en la correlación y en los modelos de tendencias. <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Investiga y describe los efectos de los valores extremos en el coeficiente de correlación, la pendiente y los interceptos de la línea de regresión.</li> </ul>
<b>ES.E.65</b>	<b>Realiza inferencias y justifica las conclusiones de muestreos, experimentos y estudios de observación.</b>	
	<b>ES.E.65.1</b>	Usa los datos de un experimento aleatorio para comparar dos tratamientos; usa simulaciones para decidir si las diferencias entre ambos son significativas.
<b>ES.E.66</b>	<b>Reconoce la probabilidad independiente y la condicional, y las usa para interpretar datos.</b>	
	<b>ES.E.66.1</b>	Completa e interpreta tablas de frecuencias de dos entradas cuando se relacionan dos categorías como espacio muestral para determinar si los sucesos son independientes, y aproxima las probabilidades condicionales.
<b>ES.E.67</b>	<b>Usa las reglas de probabilidad para determinar probabilidades de sucesos compuestos en un modelo de probabilidad uniforme.</b>	
	ES.E.67.3	Aplica la regla general de la multiplicación en un modelo de probabilidad uniforme $P(A \text{ y } B) = P(A)P(B A) = P(B)P(A B)$ e interpreta la respuesta en términos del modelo.
	<b>ES.E.67.4</b>	Usa permutaciones y combinaciones para determinar las probabilidades de sucesos compuestos y resolver problemas matemáticos.
<b>ES.E.68</b>	<b>Conoce los conceptos básicos de investigación en matemática.</b>	
	<b>ES.E.68.1</b>	Reconoce los procesos del método científico y de investigación.

<b>DUODÉCIMO GRADO ESTADÍSTICAS</b>		
	<b>ES.E.68.2</b>	Comprende los aspectos legales, éticos, morales y políticos al realizar una investigación.
	ES.E.68.3	Determina y evalúa posibles temas de investigación.
<b>ES.E.69</b>	<b>Establece los procesos para realizar una investigación en matemática.</b>	
	<b>ES.E.69.1</b>	Redacta las partes de una investigación, como el problema de investigación, la justificación, la pregunta o la hipótesis.
	<b>ES.E.69.2</b>	Evalúa diferentes tipos de diseños de investigación.
	ES.E.69.3	Construye instrumentos de medición para la recopilación de datos.
<b>ES.E.70</b>	<b>Representa y analiza datos en una investigación en matemática.</b>	
	<b>ES.E.70.1</b>	Utiliza distintos métodos para la recopilación y análisis de datos: <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ hojas de cálculo electrónicas,</li> <li>➤ programados en computadoras.</li> </ul>
<b>ES.E.71</b>	<b>Interpreta los resultados y comunica las conclusiones de los análisis de datos de dos variables para contestar la pregunta formulada mediante el uso de la notación, la terminología y los símbolos apropiados.</b>	
	<b>ES.E.71.1</b>	Interpreta y comunica las conclusiones de un análisis estadístico en dos variables en el contexto de la pregunta formulada utilizando la terminología apropiada.
<b>ES.E.72</b>	<b>Analiza datos numéricos en dos variables representándolos con diagramas de dispersión apropiada, y traza la línea de mejor ajuste.</b>	

<b>DUODÉCIMO GRADO ESTADÍSTICAS</b>		
	<b>ES.E.72.1</b>	Calcula la línea de mejor ajuste (a mano y mediante el uso de tecnología) e interpreta el coeficiente de correlación. Diferencia entre correlación y causalidad.
<b>ES.E.73</b>	<b>Describe la relación entre dos variables y los efectos de los extremos en las relaciones observadas.</b>	
	<b>ES.E.73.1</b>	Construye e interpreta diagramas de dispersión con datos bivariados (en dos variables) de medición para investigar patrones de asociación entre dos cantidades. Describe patrones, como agrupación, valor extremo, asociación positiva o negativa, asociación lineal y asociación no lineal.
<b>ES.E.74</b>	<b>Analiza, resume y compara los resultados de muestras aleatorias y no aleatorias, y del censo, usando resúmenes estadísticos y una variedad de representaciones gráficas para comunicar sus hallazgos.</b>	
	<b>ES.E.74.1</b>	Reconoce y compara estadísticas y parámetros utilizando las medidas de tendencia central y de dispersión. Observa que la media de la muestra tiende a acercarse a la media de la población a medida que el tamaño de la muestra aumenta.

<b>DUODÉCIMO GRADO</b>		
<b>FUNDAMENTOS DE PREPARACIÓN AL CÁLCULO</b>		
<b>Numeración y Operación</b>	<b>El estudiante es capaz de reconocer y aplicar los conceptos matemáticos al representar, estimar, realizar cálculos, relacionar números y sistemas numéricos para resolver problemas matemáticos y de la vida diaria.</b>	
<b>ES.N.1</b>	<b>Usa la propiedad de clausura de números racionales e irracionales, y aplica conceptos básicos de la teoría de conjuntos.</b>	
	(+) ES.N.1.4	Reconoce los conjuntos numéricos y los subconjuntos de los números reales.
	(+) ES.N.1.5	Realiza operaciones con conjuntos (unión, intersección, diferencia, complemento, entre otros).
<b>ES.N.2</b>	<b>Razona cuantitativamente y usa unidades para resolver problemas.</b>	
	<b>ES.N.2.1</b>	Define cantidades adecuadas con el fin de hacer modelos descriptivos.
	<b>ES.N.2.2</b>	Escoge el grado de precisión adecuado a las restricciones de medición al reportar cantidades.
<b>ES.N.3</b>	<b>Realiza operaciones aritméticas con números complejos.</b>	
	<b>ES.N.3.1</b>	Reconoce que existe un número complejo $i$ , tal que $i^2 = -1$ , y que todo número complejo es de la forma $a + bi$ , donde $a$ y $b$ son números reales.
	<b>ES.N.3.2</b>	Usa la relación $i^2 = -1$ y las propiedades conmutativa, asociativa y distributiva para sumar, restar y multiplicar números complejos.

<b>DUODÉCIMO GRADO</b>		
<b>FUNDAMENTOS DE PREPARACIÓN AL CÁLCULO</b>		
	<b>ES.N.3.3</b>	División de números complejos <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Determina el conjugado de un número complejo.</li> <li>➤ Utiliza conjugados para hallar cocientes de números complejos.</li> </ul>
<b>ES.N.4</b>	<b>Usa números complejos en identidades polinómicas y ecuaciones.</b>	
	ES.N.4.1	Resuelve ecuaciones cuadráticas con coeficientes en el conjunto de los números reales que tienen soluciones en el conjunto de los números complejos.
	(+) ES.N.4.2	Extiende las identidades polinómicas a los números complejos (reescribir la expresión $x^2 + 4$ como $(x + 2i)(x - 2i)$ ).
	(+) ES.N.4.3	Conoce el teorema fundamental del álgebra; demuestra que se cumple para polinomios cuadráticos.
<b>ES.N.5</b>	<b>Realiza operaciones con vectores.</b>	
	(+) ES.N.5.1	Reconoce los vectores como sistema que tiene algunas de las propiedades de los números reales.
	(+) ES.N.5.2	Representa gráficamente la multiplicación escalar de vectores y sus efectos, al estirar o reducir vectores; realiza multiplicaciones escalares por componentes, (Ejemplo: $C(v_x, v_y) = (Cv_x, Cv_y)$ ). Calcula la magnitud de un múltiplo escalar $c\mathbf{v}$ usando $\ c\mathbf{v}\  =  c  \ \mathbf{v}\ $ . Determina la dirección de $c\mathbf{v}$ cuando $ c  \neq 0$ ; la dirección de $c\mathbf{v}$ puede ser la misma de $\mathbf{v}$ (para $c > 0$ ) o contraria a $\mathbf{v}$ (para $c < 0$ ).
	(+) ES.N.5.3	Suma y resta vectores, y representa geoméricamente estas operaciones. Reconoce que la magnitud de la suma de dos vectores no es, típicamente, la suma de sus magnitudes. Determina la magnitud y la dirección de la suma de vectores. Comprende que la resta de vectores $\mathbf{v} - \mathbf{w}$ es $\mathbf{v} + (-\mathbf{w})$ , donde $-\mathbf{w}$ es el inverso aditivo de $\mathbf{w}$ .

<b>DUODÉCIMO GRADO</b>		
<b>FUNDAMENTOS DE PREPARACIÓN AL CÁLCULO</b>		
<b>ES.N.6</b>	<b>Representa y construye modelos con cantidades en vectores.</b>	
	(+) ES.N.6.1	Reconoce que las cantidades vectoriales tienen magnitud y dirección. Representa cantidades vectoriales con segmentos de recta dirigidos y usa los signos apropiados para los vectores y sus magnitudes ( $\mathbf{v}$ , $ \mathbf{v} $ , $\ \mathbf{v}\ $ ).
	(+) ES.N.6.2	Determina los componentes de un vector restando las coordenadas de un punto inicial con las del punto terminal.
	(+) ES.N.6.3	Resuelve problemas matemáticos sobre velocidad y otras cantidades que se puedan representar con vectores.
<b>ES.N.7</b>	<b>Realiza operaciones con logaritmos.</b>	
	<b>ES.N.7.1</b>	Realiza operaciones básicas con logaritmos naturales y comunes.
	<b>ES.N.7.2</b>	Aplica las propiedades de los logaritmos $\log_b(xy) = \log_b x + \log_b y$ ; $\log_b\left(\frac{x}{y}\right) = \log_b x - \log_b y$ ; $\log_b x^a = a \log_b x$ para todo $x > 0, y > 0, b > 0, b \neq 1$ .
<b>ES.N.8</b>	<b>Realiza operaciones en matrices y usa matrices en aplicaciones.</b>	
	(+) <b>ES.N.8.1</b>	Usa matrices para representar y manipular datos (para representar pagos o relaciones de incidencia en una red).
	(+) <b>ES.N.8.2</b>	Multiplica matrices por escalares para producir matrices nuevas (cuando se duplican los pagos en un juego).

<b>DUODÉCIMO GRADO</b>		
<b>FUNDAMENTOS DE PREPARACIÓN AL CÁLCULO</b>		
	(+) <b>ES.N.8.3</b>	Suma, resta y multiplica matrices de dimensiones apropiadas.
	(+) <b>ES.N.8.4</b>	Reconoce que, a diferencia de la multiplicación de números, la multiplicación de matrices no es una operación conmutativa; sin embargo, satisface las propiedades asociativa y distributiva.
	(+) <b>ES.N.8.5</b>	Reconoce que la matriz nula y la de identidad desempeñan un papel en la suma y la multiplicación de matrices similar al que desempeñan 0 y 1 en los números reales. La determinante de una matriz cuadrada es diferente de cero si, y solo si, la matriz tiene inverso multiplicativo.
	(+) ES.N.8.6	Multiplica un vector (considerado como una matriz de una columna) por una matriz de dimensiones apropiadas para producir otro vector. Trabaja con matrices como transformaciones de vectores.
	(+) ES.N.8.7	Trabaja con matrices de $2 \times 2$ como transformaciones del plano cartesiano e interpreta el valor absoluto del determinante de la matriz en términos de área.
<b>ES.N.9</b>	<b>Usa las propiedades de los números reales para resolver problemas con expresiones, ecuaciones y funciones.</b>	
	ES.N.9.1	Usa las propiedades para resolver problemas con expresiones, ecuaciones y funciones, y escoge e interpreta unidades en fórmulas de manera consistente, así como la escala y el origen en gráficas al representar datos.
	ES.N.9.2	Representa e interpreta datos en matrices, y desarrolla la suma de matrices y sus propiedades para resolver problemas.
<b>Álgebra</b>	<b>El estudiante es capaz de realizar y representar operaciones numéricas que incluyen relaciones de cantidad, funciones, análisis de cambios, emplea números, variables y signos para resolver problemas matemáticos y de la vida diaria.</b>	

<b>DUODÉCIMO GRADO</b>									
<b>FUNDAMENTOS DE PREPARACIÓN AL CÁLCULO</b>									
<b>ES.A.10</b>	<b>Realiza las operaciones básicas con monomios, binomios y polinomios, aplica estas operaciones para analizar el comportamiento gráfico de las funciones polinómicas y aplica la composición y descomposición de funciones para construir modelos y resolver problemas.</b>								
	<table border="1"> <tr> <td>ES.A.10.1</td> <td>Utiliza la terminología relacionada con expresiones polinómicas y efectúa las operaciones de suma, resta, multiplicación y división.</td> </tr> <tr> <td>ES.A.10.2</td> <td>Utiliza la factorización y las propiedades de los exponentes para realizar las operaciones básicas con polinomios.</td> </tr> <tr> <td>ES.A.10.3</td> <td>Representa mediante expresiones algebraicas el perímetro, área y volumen de figuras geométricas bidimensionales y tridimensionales.</td> </tr> <tr> <td>ES.A.10.4</td> <td>Factoriza expresiones cuadráticas simples (factor común, trinomio cuadrado perfecto, diferencia de cuadrados y cuadráticas de la forma <math>ax^2 + bx + c</math> que factorizan sobre los enteros).</td> </tr> </table>	ES.A.10.1	Utiliza la terminología relacionada con expresiones polinómicas y efectúa las operaciones de suma, resta, multiplicación y división.	ES.A.10.2	Utiliza la factorización y las propiedades de los exponentes para realizar las operaciones básicas con polinomios.	ES.A.10.3	Representa mediante expresiones algebraicas el perímetro, área y volumen de figuras geométricas bidimensionales y tridimensionales.	ES.A.10.4	Factoriza expresiones cuadráticas simples (factor común, trinomio cuadrado perfecto, diferencia de cuadrados y cuadráticas de la forma $ax^2 + bx + c$ que factorizan sobre los enteros).
ES.A.10.1	Utiliza la terminología relacionada con expresiones polinómicas y efectúa las operaciones de suma, resta, multiplicación y división.								
ES.A.10.2	Utiliza la factorización y las propiedades de los exponentes para realizar las operaciones básicas con polinomios.								
ES.A.10.3	Representa mediante expresiones algebraicas el perímetro, área y volumen de figuras geométricas bidimensionales y tridimensionales.								
ES.A.10.4	Factoriza expresiones cuadráticas simples (factor común, trinomio cuadrado perfecto, diferencia de cuadrados y cuadráticas de la forma $ax^2 + bx + c$ que factorizan sobre los enteros).								
<b>ES.A.11</b>	<b>Multiplica matrices, verifica las propiedades de la multiplicación de matrices y usa la representación matricial de un sistema de ecuaciones lineales en dos variables para resolver sistemas con y sin tecnología.</b>								
	<table border="1"> <tr> <td>ES.A.11.1</td> <td>Verifica las propiedades de la multiplicación de matrices (2x2), una matriz por un escalar y utiliza estas propiedades para resolver problemas.</td> </tr> <tr> <td>ES.A.11.2</td> <td>Construye un sistema de ecuaciones lineales modelando situaciones de la vida diaria y representa el sistema como una ecuación matricial (<math>Ax = B</math>).</td> </tr> <tr> <td>ES.A.11.3</td> <td>Resuelve un sistema que consiste en dos ecuaciones lineales en dos variables al resolver la ecuación matricial <math>Ax = B</math>, y hallar <math>x = A^{-1}B</math> utilizando la tecnología.</td> </tr> </table>	ES.A.11.1	Verifica las propiedades de la multiplicación de matrices (2x2), una matriz por un escalar y utiliza estas propiedades para resolver problemas.	ES.A.11.2	Construye un sistema de ecuaciones lineales modelando situaciones de la vida diaria y representa el sistema como una ecuación matricial ( $Ax = B$ ).	ES.A.11.3	Resuelve un sistema que consiste en dos ecuaciones lineales en dos variables al resolver la ecuación matricial $Ax = B$ , y hallar $x = A^{-1}B$ utilizando la tecnología.		
ES.A.11.1	Verifica las propiedades de la multiplicación de matrices (2x2), una matriz por un escalar y utiliza estas propiedades para resolver problemas.								
ES.A.11.2	Construye un sistema de ecuaciones lineales modelando situaciones de la vida diaria y representa el sistema como una ecuación matricial ( $Ax = B$ ).								
ES.A.11.3	Resuelve un sistema que consiste en dos ecuaciones lineales en dos variables al resolver la ecuación matricial $Ax = B$ , y hallar $x = A^{-1}B$ utilizando la tecnología.								
<b>ES.A.13</b>	<b>Escribe expresiones en formas equivalentes para resolver problemas.</b>								

<b>DUODÉCIMO GRADO</b>		
<b>FUNDAMENTOS DE PREPARACIÓN AL CÁLCULO</b>		
	(+) ES.A.13.1	Determina la fórmula para la suma de una serie aritmética y geométrica finita (cuando la razón común no es 1) y usa la fórmula para resolver problemas de la vida diaria (Ejemplo: Calcular los pagos de una hipoteca).
<b>ES.A.14</b>	<b>Reconoce la propiedad de clausura.</b>	
	ES.A.14.1	Reconoce que los polinomios forman un sistema análogo a los enteros, es decir, son cerrados para las operaciones de suma, resta y multiplicación.
<b>ES.A.15</b>	<b>Reconoce la relación entre los ceros y los factores de un polinomio.</b>	
	<b>ES.A.15.1</b>	Reconoce y aplica el teorema del residuo: para un polinomio $p(x)$ y un número $a$ , el residuo de división por $x - a$ es $p(a)$ , por tanto, $p(a) = 0$ si, y solo si, $(x - a)$ es un factor de $p(x)$ .
	<b>ES.A.15.2</b>	Identifica los ceros en polinomios mediante la factorización, y usa los ceros para construir una gráfica aproximada de la función definida por el polinomio.
<b>ES.A.16</b>	<b>Usa polinomios para resolver problemas matemáticos.</b>	
	ES.A.16.3	Reescribe expresiones racionales simples de diferentes formas; escribe $\frac{a(x)}{b(x)}$ de la forma $q(x) + \frac{r(x)}{b(x)}$ , donde $a(x), b(x), q(x)$ y $r(x)$ son polinomios, con el grado de $r(x)$ menor que el grado de $b(x)$ , $b(x) \neq 0$ , usando la división larga y la división sintética (si aplica).
	ES.A.16.4	Reconoce que las expresiones racionales forman un sistema análogo a los números racionales, que es cerrado para la suma, la resta, la multiplicación y la división por una expresión racional diferente de cero.

<b>DUODÉCIMO GRADO</b>		
<b>FUNDAMENTOS DE PREPARACIÓN AL CÁLCULO</b>		
<b>ES.A.17</b>	<b>Crea ecuaciones que describen números o relaciones.</b>	
	<b>ES.A.17.1</b>	Representa restricciones mediante ecuaciones o inecuaciones, y mediante sistemas de ecuaciones y/o inecuaciones, e interpreta las soluciones como opciones viables o no viables en el contexto de hacer un modelo (Ejemplo: Representar inecuaciones para describir restricciones nutricionales y de costos en combinaciones de diferentes alimentos).
<b>ES.A.20</b>	<b>Reconoce la solución de ecuaciones como un proceso de razonamiento y explica dicho razonamiento.</b>	
	<b>ES.A.20.1</b>	Resuelve ecuaciones racionales y radicales simples de una variable y reconoce que algunas soluciones pueden dar como resultado soluciones extrañas (soluciones que no satisfacen la ecuación o el problema realmente).
<b>ES.A.21</b>	<b>Resuelve ecuaciones e inecuaciones de una variable.</b>	
	<b>ES.A.21.1</b>	Resuelve ecuaciones cuadráticas de una variable. Usa el método de completar el cuadrado para transformar cualquier ecuación cuadrática de $x$ en una ecuación de la forma $(x - p)^2 = q$ que tenga las mismas soluciones. Demuestra la fórmula cuadrática a partir de esta forma.
	ES.A.21.2	Resuelve ecuaciones cuadráticas por: <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ inspección (Ejemplo: <math>x^2 = 49</math>),</li> <li>➤ factorización,</li> <li>➤ raíz cuadrada,</li> <li>➤ completar el cuadrado y</li> <li>➤ la fórmula cuadrática,</li> </ul> según corresponda a la forma original de la ecuación. Reconoce casos en que la fórmula cuadrática da soluciones complejas y las escribe como $a \pm bi$ para números reales $a$ y $b$ .

<b>DUODÉCIMO GRADO</b>		
<b>FUNDAMENTOS DE PREPARACIÓN AL CÁLCULO</b>		
<b>ES.A.22</b>	<b>Resuelve sistemas de ecuaciones e inecuaciones.</b>	
	<b>ES.A.22.1</b>	Utiliza método gráfico, sustitución y eliminación para sistema mayor de 2 x 2 y lo clasifica en sistema consistente independiente, consistente dependiente e inconsistente.
	(+) ES.A.22.3	Representa un sistema de ecuaciones lineales como una sola ecuación matricial en una variable vectorial.
	(+) ES.A.22.4	Determina el inverso de una matriz, si existe, y el determinante, y los usa para resolver sistemas de ecuaciones lineales (utiliza tecnología para matrices de dimensión 3 x 3 o mayores).
	(+) ES.A.22.5	Resuelve sistemas de ecuaciones utilizando el método de Gauss Jordan y la regla de Cramer.
<b>ES.A.24</b>	<b>Clasifica sucesiones como aritméticas, geométricas o ninguna, y desarrolla fórmulas para el término general y las sumas relacionadas.</b>	
	(+) ES.A.24.1	Determina e interpreta la razón de cambio encontrada en sucesiones y la utiliza para clasificar las sucesiones como aritméticas, geométricas o ninguna.
	(+) ES.A.24.2	Desarrolla el término general para las sucesiones aritméticas o geométricas, y métodos para calcular la suma de los términos de una sucesión aritmética finita o sucesión geométrica y la suma de una serie geométrica infinita.
<b>ES.A.25</b>	<b>Resuelve ecuaciones logarítmicas y exponenciales.</b>	
	(+) ES.A.25.1	Resuelve ecuaciones exponenciales.
	(+) ES.A.25.2	Resuelve ecuaciones logarítmicas y presta atención a las raíces extrañas e interpreta la solución en el contexto del problema matemático.

<b>DUODÉCIMO GRADO</b>		
<b>FUNDAMENTOS DE PREPARACIÓN AL CÁLCULO</b>		
<b>Funciones</b>	<b>El estudiante es capaz de entender, interpretar, analizar y construir modelos de diversas funciones y sus representaciones. Esto incluye las descripciones verbales, tablas, ecuaciones y gráficas para hacer predicciones y analizar las relaciones al solucionar problemas matemáticos y de la vida diaria.</b>	
<b>ES.F.26</b>	<b>Reconoce el concepto de función y usa notación de funciones.</b>	
	<b>ES.F.26.1</b>	Describe y contrasta funciones elementales comunes (representadas simbólicamente y gráficamente), incluye: <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ <math>x^n</math>,</li> <li>➤ <math>\frac{1}{x}</math>,</li> <li>➤ <math>\ln(x)</math>,</li> <li>➤ <math>\log_a(x)</math>,</li> <li>➤ <math>e^x</math>,</li> <li>➤ <math>a^x</math></li> </ul> y las funciones trigonométricas básicas.
<b>ES.F.28</b>	<b>Interpreta funciones que resultan en aplicaciones según el contexto.</b>	
	ES.F.28.1	Interpreta las características básicas de las gráficas y las tablas de una función que representa dos cantidades en términos de esas cantidades, y traza gráficas que muestran las características a partir de una descripción verbal de la relación. Entre las características se incluyen: intercepto, intervalos en los que la función es creciente, decreciente, positiva o negativa, máximos y mínimos relativos, simetrías, comportamiento en los extremos y periodicidad.
	ES.F.28.3	Modela y resuelve problemas usando la variación directa, inversa y combinada.

<b>DUODÉCIMO GRADO</b>		
<b>FUNDAMENTOS DE PREPARACIÓN AL CÁLCULO</b>		
	ES.F.28.4	Modela situaciones elaborando ecuaciones e inecuaciones basadas en funciones racionales.
<b>ES.F.29</b>	<b>Analiza funciones usando diferentes representaciones.</b>	
	<b>ES.F.29.1</b>	Compara y contrasta las características de las diferentes familias de las funciones: polinómicas, racionales, radicales, exponenciales, logarítmicas, trigonométricas y funciones definidas por partes, representadas de múltiples formas.
	ES.F.29.2	Compone y descompone dos funciones, determina su dominio y alcance (campo de valores, rango, imagen), y traza su gráfica. Utiliza la composición de funciones para determinar si dos funciones son inversas una de la otra.
	<b>ES.F.29.3</b>	<p>Traza la gráfica de funciones expresadas simbólicamente y muestra las características claves de la gráfica con y sin tecnología.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Grafica funciones lineales y cuadráticas, indica los puntos de intersección, el punto máximo o mínimo.</li> <li>➤ Grafica funciones de raíz cuadrada, raíz cúbica y funciones por partes, incluye funciones discontinuas y de valor absoluto.</li> <li>➤ Grafica funciones polinómicas e identifica los ceros cuando las factorizaciones son razonables, y muestra su comportamiento en los extremos.</li> <li>➤ Grafica funciones racionales e identifica los ceros y las asíntotas cuando las factorizaciones son razonables, y muestra su comportamiento en los extremos.</li> <li>➤ Grafica funciones trigonométricas y muestra período, línea media (eje primo), amplitud y desfase.</li> <li>➤ (+) Grafica funciones exponenciales y logarítmicas, y señala los interceptos y su comportamiento en los extremos.</li> </ul>
	<b>ES.F.29.4</b>	Representa las funciones trigonométricas por medio de tablas, gráficas, expresiones verbales y expresiones algebraicas.

<b>DUODÉCIMO GRADO</b>		
<b>FUNDAMENTOS DE PREPARACIÓN AL CÁLCULO</b>		
	ES.F.29.5	Evalúa funciones trigonométricas para un número real de su dominio.
	<b>ES.F.29.6</b>	Reconoce las características principales de cada una de las funciones trigonométricas: <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ dominio,</li> <li>➤ recorrido (campo de valores, imagen, alcance),</li> <li>➤ intersecciones con los ejes,</li> <li>➤ valores máximos y mínimos,</li> <li>➤ asíntotas,</li> <li>➤ intervalos donde la función es creciente, decreciente o constante.</li> </ul>
<b>ES.F.30</b>	<b>Construye una función como modelo de la relación entre dos cantidades.</b>	
	(+) ES.F.30.2	Aplica el concepto de composición y descomposición de funciones en modelos y en la solución de problemas matemáticos y de la vida diaria (Ejemplo: Si $T(y)$ es la temperatura de la atmósfera en función de la altura, y $h(t)$ es la altitud de un globo meteorológico en función del tiempo, entonces $T(h(t))$ es la temperatura en el lugar donde se encuentra el globo en función del tiempo).
	(+) ES.F.30.3	Escribe sucesiones aritméticas y geométricas usando fórmulas recursivas y fórmulas explícitas, y las usa para hacer modelos de algunas situaciones.
	(+) ES.F.30.4	Resuelve problemas matemáticos de logaritmos y exponenciales usando la relación inversa entre ambas funciones.
<b>ES.F.31</b>	<b>Construye nuevas funciones a partir de funciones existentes.</b>	

<b>DUODÉCIMO GRADO</b>		
<b>FUNDAMENTOS DE PREPARACIÓN AL CÁLCULO</b>		
	<b>ES.F.31.1</b>	<p>Transformaciones de funciones</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Identifica el efecto sobre la gráfica al reemplazar <math>f(x)</math> por <math>f(x) + k</math>, <math>k f(x)</math>, <math>f(kx)</math> y <math>f(x + k)</math> para valores específicos de <math>k</math> (positivos y negativos).</li> <li>➤ Determina el valor de <math>k</math> a partir de la gráfica.</li> <li>➤ Utiliza la tecnología para explicar los efectos de la constante <math>k</math> sobre la gráfica de una función al realizar una transformación.</li> </ul>
	<b>ES.F.31.2</b>	Identifica funciones pares e impares a partir de sus gráficas y de sus expresiones algebraicas.
	<b>ES.F.31.3</b>	<p>Funciones inversas</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Determina la función inversa de una función <math>f(x)</math>.</li> </ul> <p>Resuelve una ecuación de la forma <math>f(x) = c</math> para una función simple <math>f</math> que tiene inverso, y escribe la expresión de la función inversa de una función (Ejemplo: <math>f(x) = 2x^3</math>; o <math>f(x) = \frac{x+1}{x-1}</math> para <math>x \neq 1</math>).</p>
	(+) ES.F.31.4	Lee valores de una función inversa a partir de una gráfica o de una tabla e identifica que la función tiene una función inversa asociada.
<b>ES.F.32</b>	<b>Construye y compara modelos lineales, cuadráticos y exponenciales, y resuelve problemas de la vida diaria.</b>	
	<b>ES.F.32.1</b>	<p>Construye funciones lineales y exponenciales, incluidas:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ sucesiones aritméticas y geométricas,</li> <li>➤ una gráfica,</li> <li>➤ una descripción de la relación o</li> <li>➤ dos pares de entradas y salidas (representadas en tabla o diagrama) para resolver problemas de la vida diaria.</li> </ul>

<b>DUODÉCIMO GRADO</b>		
<b>FUNDAMENTOS DE PREPARACIÓN AL CÁLCULO</b>		
	<b>ES.F.32.2</b>	Utiliza gráficas y tablas de funciones para observar que una cantidad que aumenta de manera exponencial excede a una cantidad que aumenta de forma lineal, cuadrática o polinómica.
	<b>ES.F.32.3</b>	En modelos exponenciales, expresa como logaritmo la solución de $ab^{(ct)} = d$ , donde $a$ , $c$ y $d$ son números reales, y la base $b$ es 2, 10 o $e$ . Evalúa logaritmos usando la tecnología.
<b>ES.F.33</b>	<b>Extiende el dominio de funciones trigonométricas al utilizar el círculo unitario.</b>	
	ES.F.33.1	Reconoce la medida de un ángulo en radianes como la longitud del arco que subtiende ese ángulo sobre el círculo unitario.
	ES.F.33.2	Determina ángulos coterminales (positivos y negativos) para un ángulo en posición estándar.
	ES.F.33.3	Expresa la medida en radianes de un ángulo en grados y viceversa (radianes a grados y grados a radianes).
	ES.F.33.4	Explica cómo el círculo unitario sobre el plano cartesiano permite extender las funciones trigonométricas a todos los números reales utilizando las medidas de los ángulos en radianes.
	ES.F.33.5	<p>Triángulos especiales y círculo unitario</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Usa triángulos especiales para determinar de forma geométrica los valores de seno, coseno y tangente de <math>0, \pi, \frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{6}</math> y sus múltiplos.</li> <li>➤ Usa el círculo unitario para expresar los valores de seno, coseno y tangente de <math>x, \pi - x</math>, y <math>2\pi - x</math> en términos de sus valores de <math>x</math>, donde <math>x</math> es un número real cualquiera.</li> </ul>
	ES.F.33.7	Determina el ángulo de referencia para ángulos (positivos y negativos) en posición estándar.
<b>ES.F.34</b>	<b>Representa fenómenos periódicos con funciones trigonométricas.</b>	

<b>DUODÉCIMO GRADO</b>		
<b>FUNDAMENTOS DE PREPARACIÓN AL CÁLCULO</b>		
	(+) ES.F.34.3	Reconoce que al restringir una función trigonométrica a un dominio que siempre aumenta o disminuye permite construir su función inversa correspondiente.
	(+) ES.F.34.4	Resuelve ecuaciones trigonométricas utilizando funciones inversas y evalúa e interpreta las soluciones utilizando la tecnología.
	ES.F.34.5	Utiliza diferentes estrategias para resolver ecuaciones trigonométricas.
<b>Geometría</b>	<b>El estudiante es capaz de identificar formas y dimensiones geométricas, y de utilizar el conocimiento espacial para analizar sus estructuras, características, propiedades y relaciones a fin de reconocer y descubrir el entorno físico.</b>	
<b>ES.G.48</b>	<b>Define razones trigonométricas y resuelve problemas matemáticos con triángulos rectángulos.</b>	
	<b>ES.G.48.1</b>	Reconoce que, por semejanza, las razones entre los lados de un triángulo rectángulo son una propiedad de los ángulos del triángulo, lo que lleva a la definición de razones trigonométricas para ángulos agudos.
	<b>ES.G.48.2</b>	Explica y usa la relación entre seno y coseno de ángulos complementarios.
	<b>ES.G.48.3</b>	Usa razones trigonométricas y el teorema de Pitágoras para resolver triángulos rectángulos en problemas matemáticos y de la vida diaria.
	(+) <b>ES.G.48.4</b>	Desarrolla las identidades pitagóricas trigonométricas fundamentales de suma y diferencia, doble ángulo y de las funciones (secante, cosecante, tangente y cotangente), que utiliza para simplificar expresiones trigonométricas y resolver triángulos.

<b>DUODÉCIMO GRADO</b>		
<b>FUNDAMENTOS DE PREPARACIÓN AL CÁLCULO</b>		
<b>ES.G.49</b>	<b>Determina la longitud de arco y áreas de sectores circulares.</b>	
	<b>ES.G.49.1</b>	Establece, usando la semejanza, que la longitud del arco intersecado por un ángulo central es proporcional al ángulo y define la medida del ángulo en radianes como la constante de proporcionalidad.
<b>ES.G.50</b>	<b>Relaciona la descripción geométrica y la ecuación de una sección cónica.</b>	
	<b>ES.G.50.1</b>	Determina la ecuación de un círculo y completa el cuadrado para hallar el centro y el radio de un círculo definido por una ecuación.
	(+) ES.G.50.2	Determina la ecuación de una parábola dados el foco y la directriz.
	(+) ES.G.50.3	Determina las ecuaciones de elipses e hipérbolas al conocer los focos, usa el hecho de que la suma o la diferencia de las distancias hasta los focos es constante.
<b>ES.G.51</b>	<b>Usa coordenadas para demostrar algebraicamente teoremas geométricos sencillos.</b>	
	<b>ES.G.51.1</b>	Usa coordenadas para demostrar algebraicamente teoremas geométricos sencillos (Ejemplo: Demostrar o refutar que una figura definida por cuatro puntos en el plano cartesiano es un rectángulo; probar o refutar que el punto $(1, \sqrt{3})$ está ubicado sobre el círculo centrado en el origen y que contiene el punto $(0, 2)$ ).
	<b>ES.G.51.2</b>	Demuestra los criterios de inclinación en rectas paralelas y perpendiculares para resolver problemas geométricos.
	<b>ES.G.51.3</b>	Determina el punto ubicado sobre un segmento de recta que divide el segmento en una razón dada.

<b>DUODÉCIMO GRADO</b>		
<b>FUNDAMENTOS DE PREPARACIÓN AL CÁLCULO</b>		
<b>ES.G.54</b>	<b>Aplica la trigonometría en triángulos comunes.</b>	
	(+ ES.G.54.1	Determina la fórmula $A = \frac{1}{2}ab \operatorname{sen}(C)$ para el área de un triángulo y dibuja una recta auxiliar desde el vértice perpendicularmente hasta el lado opuesto.
	(+ ES.G.54.2	Demuestra las leyes del seno y del coseno, y las usa para resolver problemas.
	(+ ES.G.54.3	Reconoce y aplica la ley del seno y la del coseno para determinar medidas desconocidas en triángulos rectángulos y triángulos oblicuos (problemas matemáticos de planimetría, fuerzas resultantes).

<b>DUODÉCIMO GRADO</b>		
<b>MATEMÁTICAS ACTUALIZADAS PARA ESCUELAS CON OFRECIMIENTO VOCACIONAL</b>		
<b>Numeración y Operación</b>	<b>El estudiante es capaz de reconocer y aplicar los conceptos matemáticos al representar, estimar, realizar cálculos, relacionar números y sistemas numéricos para resolver problemas matemáticos y de la vida diaria.</b>	
<b>6.N.2</b>	<b>Utiliza las potencias, los exponentes, los factores (divisores), los múltiplos, la factorización prima y los números primos para resolver problemas.</b>	
	6.N.2.1	Utiliza y explica las reglas de divisibilidad del 2, 3, 5, 6, 9 y 10.
	<b>6.N.2.2</b>	Determina la factorización prima de números naturales (hasta el 100) y los expresa como el producto de factores primos usando exponentes. <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Explica y aplica el teorema fundamental de la aritmética para representar números, de forma única, como un producto de factores primos.</li> <li>➤ Utiliza la factorización prima para hallar el máximo común divisor y el mínimo común múltiplo.</li> </ul>
<b>6.N.5</b>	<b>Reconoce el concepto razón. Utiliza razones para solucionar problemas.</b>	
	6.N.5.1	Expresa razones usando diferentes notaciones. Compara dos o más razones que representan una situación.
	6.N.5.2	Reconoce el concepto de tasa unitaria $\frac{a}{b}$ que se asocia con una razón $a: b$ , donde $b \neq 0$ , y usa dicho lenguaje en el contexto de una relación entre razones.
	6.N.5.5	Resuelve problemas de tasa unitaria, incluyendo problemas de precio unitario y velocidad constante.
<b>7.N.4</b>	<b>Reconoce y representa relaciones proporcionales entre cantidades.</b>	

<b>DUODÉCIMO GRADO</b>		
<b>MATEMÁTICAS ACTUALIZADAS PARA ESCUELAS CON OFRECIMIENTO VOCACIONAL</b>		
	<b>7.N.4.4</b>	Establece y resuelve una proporción con factores de conversión de escalas, medidas, porcentajes y probabilidades en situaciones de la vida diaria (Ejemplo: interés simple, impuestos, aumentos o reducciones de precios, propinas, comisiones, tarifas y error, aumento o disminución porcentual).
<b>8.N.1</b>	<b>Describe los números reales como el conjunto de todos los números decimales y utiliza la notación científica, la estimación y las propiedades de las operaciones para representar y resolver problemas con números reales.</b>	
	<b>8.N.1.1</b>	Reconoce, relaciona y aplica las propiedades de los números racionales (asociativa, conmutativa, identidad, inverso, distributiva, clausura) para resolver problemas, y usa técnicas de estimación para decidir si la respuesta es razonable.
	<b>8.N.1.2</b>	Usa los símbolos de raíz cuadrada y raíz cúbica para representar soluciones a las ecuaciones de la forma $x^2 = p$ y $x^3 = p$ , donde $p$ es un número racional positivo y determina las raíces cuadradas de cuadrados perfectos y la raíz cúbica de cubos perfectos.
	<b>8.N.1.4</b>	Describe los números reales como el conjunto de todos los posibles números decimales. Reconoce que los números reales que no son racionales se llaman números irracionales ( $\pi$ , $\sqrt{2}$ , entre otros) y distingue entre ambos conjuntos.
<b>ES.N.1</b>	<b>Usa la propiedad de clausura de números racionales e irracionales, y aplica conceptos básicos de la teoría de conjuntos.</b>	
	<b>ES.N.1.1</b>	Comprende por qué la suma, la resta o el producto de dos números racionales es racional; y por qué la suma o el producto de un número racional y un número irracional es irracional.
	(+) ES.N.1.2	Reconoce los conceptos básicos (conjunto, elemento, finito/infinito, iguales y vacío, entre otros) de la teoría de conjuntos, los representa y los clasifica.

<b>DUODÉCIMO GRADO</b>		
<b>MATEMÁTICAS ACTUALIZADAS PARA ESCUELAS CON OFRECIMIENTO VOCACIONAL</b>		
	(+) ES.N.1.3	Identifica y determina la cantidad de subconjuntos y subconjuntos propios de un conjunto, incluye el conjunto vacío.
	(+) ES.N.1.4	Reconoce los conjuntos numéricos y los subconjuntos de los números reales.
	(+) ES.N.1.5	Realiza operaciones con conjuntos (unión, intersección, diferencia, complemento, entre otros).
<b>ES.N.3</b>	<b>Realiza operaciones aritméticas con números complejos.</b>	
	<b>ES.N.3.1</b>	Reconoce que existe un número complejo $i$ , tal que $i^2 = -1$ , y que todo número complejo es de la forma $a + bi$ , donde $a$ y $b$ son números reales.
	<b>ES.N.3.2</b>	Usa la relación $i^2 = -1$ y las propiedades conmutativa, asociativa y distributiva para sumar, restar y multiplicar números complejos.
	<b>ES.N.3.3</b>	División de números complejos <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Determina el conjugado de un número complejo.</li> <li>➤ Utiliza conjugados para hallar cocientes de números complejos.</li> </ul>
<b>Álgebra</b>	<b>El estudiante es capaz de realizar y representar operaciones numéricas que incluyen relaciones de cantidad, funciones, análisis de cambios, emplea números, variables y signos para resolver problemas matemáticos y de la vida diaria.</b>	
<b>ES.A.12</b>	<b>Interpreta la estructura de las expresiones.</b>	

<b>DUODÉCIMO GRADO</b>		
<b>MATEMÁTICAS ACTUALIZADAS PARA ESCUELAS CON OFRECIMIENTO VOCACIONAL</b>		
	<b>ES.A.12.1</b>	Interpreta expresiones que representan una cantidad, según su contexto y los componentes de una expresión, como sus términos, factores y coeficientes (Ejemplo: Interpretar $P(1+r)^n$ como el producto de $P$ y un factor que no depende de $P$ ).
<b>ES.A.13</b>	<b>Escribe expresiones en formas equivalentes para resolver problemas.</b>	
	(+) ES.A.13.1	Determina la fórmula para la suma de una serie aritmética y geométrica finita (cuando la razón común no es 1) y usa la fórmula para resolver problemas de la vida diaria (Ejemplo: Calcular los pagos de una hipoteca).
<b>ES.A.17</b>	<b>Crea ecuaciones que describen números o relaciones.</b>	
	<b>ES.A.17.2</b>	Realiza cálculos de interés simple o compuesto, valor futuro y valor presente, entre otros, para resolver problemas matemáticos y de la vida diaria.
	<b>ES.A.17.3</b>	Reconoce y aplica los conceptos básicos relacionados con las finanzas: <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ interés,</li> <li>➤ principal,</li> <li>➤ razón o tasa de interés, y</li> <li>➤ valor presente o futuro</li> </ul> para resolver problemas matemáticos y de la vida diaria.
<b>ES.A.20</b>	<b>Reconoce la solución de ecuaciones como un proceso de razonamiento y explica dicho razonamiento.</b>	
	<b>ES.A.20.1</b>	Resuelve ecuaciones racionales y radicales simples de una variable y reconoce que algunas soluciones pueden dar como resultado soluciones extrañas (soluciones que no satisfacen la ecuación o el problema realmente).

<b>DUODÉCIMO GRADO</b>		
<b>MATEMÁTICAS ACTUALIZADAS PARA ESCUELAS CON OFRECIMIENTO VOCACIONAL</b>		
<b>ES.A.24</b>	<b>Clasifica sucesiones como aritméticas, geométricas o ninguna, y desarrolla fórmulas para el término general y las sumas relacionadas.</b>	
	(+) <b>ES.A.24.1</b>	Determina e interpreta la razón de cambio encontrada en sucesiones y la utiliza para clasificar las sucesiones como aritméticas, geométricas o ninguna.
	(+) ES.A.24.2	Desarrolla el término general para las sucesiones aritméticas o geométricas, y métodos para calcular la suma de los términos de una sucesión aritmética finita o sucesión geométrica y la suma de una serie geométrica infinita.
<b>Funciones</b>	<b>El estudiante es capaz de entender, interpretar, analizar y construir modelos de diversas funciones y sus representaciones. Esto incluye las descripciones verbales, tablas, ecuaciones y gráficas para hacer predicciones y analizar las relaciones al solucionar problemas matemáticos y de la vida diaria.</b>	
<b>ES.F.27</b>	<b>Reconoce, interpreta, evalúa y analiza funciones.</b>	
	<b>ES.F.27.5</b>	Reconoce situaciones en las que una cantidad cambia con respecto a otra cantidad a una tasa constante por intervalo unitario y situaciones en las cuales una cantidad aumenta o disminuye con respecto a otra cantidad a una tasa porcentual constante por intervalo unitario.
<b>Geometría</b>	<b>El estudiante es capaz de identificar formas y dimensiones geométricas, y de utilizar el conocimiento espacial para analizar sus estructuras, características, propiedades y relaciones a fin de reconocer y descubrir el entorno físico.</b>	

<b>DUODÉCIMO GRADO</b>		
<b>MATEMÁTICAS ACTUALIZADAS PARA ESCUELAS CON OFRECIMIENTO VOCACIONAL</b>		
<b>4.G.8</b>	<b>Identifica, compara y analiza atributos de figuras geométricas bidimensionales (lados, ángulos, vértices) y tridimensionales (aristas, vértices caras y base) y describe las mismas de forma oral y escrita.</b>	
	4.G.8.2	Identifica, clasifica, estima medidas de ángulos rectos, agudos y obtusos.
	4.G.8.3	Mide y construye ángulos de medidas específicas, en grados, utilizando el transportador.
<b>5.G.6</b>	<b>Clasifica, describe y analiza los atributos (lados, ángulos, vértices) de las figuras geométricas bidimensionales.</b>	
	<b>5.G.6.1</b>	<p>Clasifica, nombra e identifica triángulos</p> <p>Por la medida de sus lados en:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ escaleno</li> <li>➤ equilátero</li> <li>➤ isósceles</li> </ul> <p>Por la medida de sus ángulos en:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ acutángulo</li> <li>➤ rectángulo</li> <li>➤ obtusángulo</li> </ul>
	5.G.6.5	Nombra, clasifica y dibuja segmentos, rectas, rayos, ángulos, rectas paralelas y rectas perpendiculares.
<b>6.G.9</b>	<b>Representa figuras geométricas partiendo de sus medidas y propiedades utilizando modelos concretos y semiconcretos.</b>	
	6.G.9.1	Identifica polígonos regulares e irregulares según el número de lados en objetos de la vida diaria.
	6.G.9.2	Identifica y explica relaciones de ángulos opuestos por el vértice, adyacentes, complementarios y suplementarios.

<b>DUODÉCIMO GRADO</b>		
<b>MATEMÁTICAS ACTUALIZADAS PARA ESCUELAS CON OFRECIMIENTO VOCACIONAL</b>		
	6.G.9.3	Representa cuadriláteros y triángulos en los cuatro cuadrantes del plano cartesiano e identifica coordenadas correspondientes a los vértices.
	<b>6.G.9.7</b>	Describe y aplica las relaciones entre rectas perpendiculares, paralelas y simetría en la vida diaria.
	<b>6.G.9.8</b>	Resuelve problemas al relacionar que la suma de los ángulos internos de un triángulo es $180^\circ$ y utiliza esta información para probar que la suma de los ángulos internos de un cuadrilátero es $360^\circ$ .
<b>7.G.11</b>	<b>Identifica las partes del círculo y sus relaciones.</b>	
	<b>7.G.11.1</b>	Construye, identifica y define las partes del círculo: radio, cuerda, diámetro, centro, circunferencia y arco.
	<b>7.G.11.2</b>	Determina la relación entre el diámetro, el radio y la circunferencia.
<b>8.G.8</b>	<b>Explora y aplica el teorema de Pitágoras para solucionar problemas de medición.</b>	
	8.G.8.1	Prueba el teorema de Pitágoras midiendo el área de cuadrados construidos sobre los lados de un triángulo rectángulo.
	<b>8.G.8.2</b>	Aplica el teorema de Pitágoras para determinar la longitud desconocida de un lado de un triángulo rectángulo y para calcular la distancia entre dos puntos en un plano cartesiano.
<b>ES.G.39</b>	<b>Aplica métodos matemáticos de prueba para desarrollar justificaciones para los teoremas básicos de la geometría euclidiana.</b>	

<b>DUODÉCIMO GRADO</b>		
<b>MATEMÁTICAS ACTUALIZADAS PARA ESCUELAS CON OFRECIMIENTO VOCACIONAL</b>		
	<b>ES.G.39.1</b>	Demuestra teoremas sobre rectas y ángulos. Incluye los siguientes teoremas: los ángulos rectos son congruentes; cuando una transversal se corta por rectas paralelas, los ángulos internos alternos son congruentes y los ángulos correspondientes son congruentes; los puntos sobre una bisectriz perpendicular de un segmento de recta son exactamente equidistantes de los puntos extremos del segmento.
	<b>ES.G.39.2</b>	Demuestra teoremas sobre triángulos. Incluye los siguientes teoremas: la suma de los ángulos interiores de un triángulo es de $180^\circ$ ; los ángulos de la base de un triángulo isósceles son congruentes; el segmento que une los puntos medios de dos lados de un triángulo es paralelo al tercer lado y la mitad de su longitud; las medianas de un triángulo se encuentran en un punto.
<b>ES.G.40</b>	<b>Identifica figuras congruentes y justifica estas congruencias estableciendo los criterios mínimos (LLL, LAL, ALA) y realiza las transformaciones que conservan la congruencia entre las figuras.</b>	
	<b>ES.G.40.3</b>	Usa la definición de congruencia en términos de movimientos rígidos para mostrar que dos triángulos son congruentes si y solo si los pares de lados correspondientes y los pares de ángulos correspondientes son congruentes.
	<b>ES.G.40.4</b>	Establece los criterios de congruencia de triángulos (ALA, LAL, LLL) que se derivan de la definición de congruencia.
<b>ES.G.41</b>	<b>Identifica y aplica las transformaciones de figuras en el plano cartesiano y describe los resultados de estas transformaciones.</b>	
	<b>ES.G.41.2</b>	Describe las reflexiones y rotaciones de polígonos regulares al moverlos sobre sí mismos.
	<b>ES.G.41.3</b>	Desarrolla definiciones para las transformaciones en ángulos, círculos, rectas perpendiculares, rectas paralelas y segmentos de recta.

<b>DUODÉCIMO GRADO</b>		
<b>MATEMÁTICAS ACTUALIZADAS PARA ESCUELAS CON OFRECIMIENTO VOCACIONAL</b>		
	<b>ES.G.41.4</b>	Construye una figura geométrica que resulta de una rotación, reflexión o traslación de la figura original (papel milimetrado, papel para calcar o <i>software</i> de geometría). Describe una secuencia de transformaciones que mueve a una figura dada sobre otra.
<b>ES.G.42</b>	<b>Aplica los conceptos de congruencia y semejanza usando modelos físicos, transparencias o <i>software</i> de geometría para identificar figuras semejantes o congruentes. Establece los criterios mínimos (LAL, ALA, LLL) para justificar la semejanza de triángulos y determina las transformaciones que conservan la semejanza entre figuras geométricas.</b>	
	<b>ES.G.42.1</b>	Reconoce que una figura bidimensional es congruente con otra si la segunda se puede obtener de la primera mediante una secuencia de rotaciones, reflexiones y traslaciones.
	ES.G.42.2	Describe el resultado de transformaciones, traslaciones, rotaciones y reflexiones de figuras bidimensionales usando coordenadas.
	<b>ES.G.42.3</b>	Identifica y aplica los criterios mínimos de acuerdo con los postulados LAL, LLL, AA para establecer la semejanza de triángulos y descubre que la congruencia es un caso especial de semejanza.
<b>ES.G.47</b>	<b>Utiliza teoremas de semejanza.</b>	
	<b>ES.G.47.1</b>	Demuestra teoremas sobre triángulos, Incluye los siguientes teoremas: <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ una recta paralela a uno de los lados de un triángulo divide a los otros dos proporcionalmente, y viceversa.</li> <li>➤ el teorema de Pitágoras (usando la semejanza de triángulos).</li> </ul>
<b>ES.G.55</b>	<b>Desarrolla y aplica los métodos generales de prueba en la solución de problemas matemáticos y formula las justificaciones para los teoremas básicos de la geometría euclidiana.</b>	
	ES.G.55.1	Establece conjeturas basadas en la exploración de situaciones geométricas con o sin tecnología.

<b>DUODÉCIMO GRADO</b>		
<b>MATEMÁTICAS ACTUALIZADAS PARA ESCUELAS CON OFRECIMIENTO VOCACIONAL</b>		
	(+) ES.G.55.2	Utiliza la prueba directa o indirecta para determinar si una proposición matemática es cierta.
	(+) ES.G.55.3	Desarrolla un contraejemplo para refutar una proposición inválida.
	(+) ES.G.55.4	Formula e investiga la validez del recíproco de proposiciones condicionales.
<b>Medición</b>	<b>El estudiante es capaz de aplicar sistemas, herramientas y técnicas de medición con precisión, y establece conexiones entre conceptos espaciales y numéricos.</b>	
<b>6.M.11</b>	<b>Distingue entre los contextos de área, volumen y longitud. Aplica las fórmulas para hallar el perímetro, la circunferencia, el área y el volumen de triángulos, cuadriláteros, círculos, y de las figuras compuestas por estas figuras geométricas.</b>	
	6.M.11.1	Distingue e identifica la unidad apropiada para medidas de longitud, área y volumen.
	<b>6.M.11.2</b>	Estima magnitudes de unidades de medidas de longitud, perímetro, área y volumen en ambos sistemas (inglés y métrico).
	<b>6.M.11.3</b>	Describe y utiliza la relación entre la circunferencia y el diámetro de un círculo ( $\pi = C/d$ ), e identifica y explica las relaciones entre las fórmulas ( $C = 2\pi r$ ; $A = \pi r^2$ ).
<b>Análisis de datos y probabilidad</b>	<b>El estudiante es capaz de aplicar diferentes métodos de recopilación, organización, interpretación y representación de datos para describir, hacer inferencias, predicciones, llegar a conclusiones y tomar decisiones.</b>	
<b>4.E.12</b>	<b>Recopila, organiza e interpreta datos numéricos y categóricos. Comunica y representa los hallazgos por medio de tablas y gráficas.</b>	

<b>DUODÉCIMO GRADO</b>		
<b>MATEMÁTICAS ACTUALIZADAS PARA ESCUELAS CON OFRECIMIENTO VOCACIONAL</b>		
	4.E.12.5	Identifica la gráfica apropiada para un conjunto de datos.
<b>5.E.10</b>	<b>Representa e interpreta datos.</b>	
	5.E.10.1	Representa, interpreta y compara la información de una gráfica (de barra, pictórica, lineal, circular y diagrama de puntos) para contestar preguntas sobre una situación.
	5.E.10.3	Construye tablas de frecuencia, gráficas de barra y lineales.
	5.E.10.4	Identifica y determina la media aritmética, la moda y la mediana de un conjunto de datos.
	5.E.10.5	Utiliza encuestas y experimentos simples, y formula preguntas para llegar a conclusiones.
<b>6.E.15</b>	<b>Determina la probabilidad teórica y experimental para hacer predicciones sobre eventos dados.</b>	
	<b>6.E.15.1</b>	Representa e identifica los posibles resultados para eventos de experimentos simples en forma organizada en tablas, diagramas de árbol, gráficas de barras y tablas de frecuencia, y expresa la probabilidad teórica para cada resultado.
	6.E.15.2	Probabilidad de un evento <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Reconoce la probabilidad de que el evento ocurra y clasifica la probabilidad de ocurrencia del evento en segura, alta, igual, poca o ninguna.</li> <li>➤ Predice la probabilidad de 0 a 1 inclusive.</li> </ul>
<b>7.E.15</b>	<b>Organiza datos de dos variables por sus atributos y los clasifica en variable categórica o numérica.</b>	

<b>DUODÉCIMO GRADO</b>		
<b>MATEMÁTICAS ACTUALIZADAS PARA ESCUELAS CON OFRECIMIENTO VOCACIONAL</b>		
	7.E.15.1	Clasifica y representa por separado cada atributo de una variable cuantitativa o cualitativa utilizando la gráfica apropiada (tallo y hoja, diagrama de dispersión, gráfica de barras, diagrama de caja y bigote).
<b>8.E.11</b>	<b>Determina el espacio muestral de un experimento y emplea la regla de conteo de multiplicación.</b>	
	<b>8.E.11.1</b>	Describe el evento como subconjuntos de un espacio muestral (el conjunto de resultados) usando las características (o categorías) de los resultados como uniones, intersecciones o complementos de otros eventos (“o”, “y”, “no” diagrama de Venn).
<b>ES.E.58</b>	<b>Calcula valores esperados y los usa para resolver problemas matemáticos.</b>	
	<b>ES.E.58.1</b>	Define una variable aleatoria para una cantidad de interés asignándole un valor numérico a cada evento de un espacio muestral; grafica la distribución de probabilidad correspondiente con las mismas imágenes gráficas usadas para la distribución de datos.
<b>ES.E.61</b>	<b>Resume, representa e interpreta datos de una sola variable de conteo o medición.</b>	
	<b>ES.E.61.1</b>	Usa la media y la desviación estándar de un conjunto de datos para ajustarla a una distribución normal y para estimar porcentajes de población. Reconoce que hay conjuntos de datos para los cuales dicho proceso no es el adecuado. Usa calculadoras, hojas de cálculo y tablas para estimar las áreas bajo una curva normal.
	<b>ES.E.61.9</b>	Define, compara y contrasta la estadística descriptiva e inferencial.
<b>ES.E.62</b>	<b>Comprende que los resultados pueden variar de muestra a población y de muestra a muestra. Analiza, resume y compara resultados de muestras aleatorias con resultados de muestras no aleatorias y censos; utiliza gráficas para presentar y comunicar los resultados.</b>	

<b>DUODÉCIMO GRADO</b>		
<b>MATEMÁTICAS ACTUALIZADAS PARA ESCUELAS CON OFRECIMIENTO VOCACIONAL</b>		
	<b>ES.E.62.1</b>	Compara medidas de tendencia central y de dispersión obtenidas al utilizar una muestra de una población con las mismas medidas y con datos obtenidos de un censo de la población.
<b>ES.E.63</b>	<b>Resume, representa e interpreta datos de dos variables cualitativas y cuantitativas.</b>	
	<b>ES.E.63.1</b>	Manejo de datos estadísticos. <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Resume datos cualitativos y cuantitativos para dos categorías en tablas de dos entradas.</li> <li>➤ Interpreta las frecuencias relativas en el contexto de los datos.</li> <li>➤ Reconoce las asociaciones posibles y las tendencias de los datos.</li> </ul>
	<b>ES.E.63.2</b>	Crea, compara y evalúa las diferentes representaciones gráficas para una distribución de datos agrupados y sin agrupar, con o sin tecnología.
<b>ES.E.66</b>	<b>Reconoce la probabilidad independiente y la condicional, y las usa para interpretar datos.</b>	
	<b>ES.E.66.1</b>	Completa e interpreta tablas de frecuencias de dos entradas cuando se relacionan dos categorías como espacio muestral para determinar si los sucesos son independientes, y aproxima las probabilidades condicionales.
<b>ES.E.67</b>	<b>Usa las reglas de probabilidad para determinar probabilidades de sucesos compuestos en un modelo de probabilidad uniforme.</b>	
	<b>ES.E.67.1</b>	Determina la probabilidad condicional de $A$ dado $B$ como la fracción de resultados de $B$ que también pertenecen a $A$ , e interpreta la respuesta en términos del modelo.
	<b>ES.E.67.3</b>	Aplica la regla general de la multiplicación en un modelo de probabilidad uniforme $P(A \text{ y } B) = P(A)P(B A) = P(B)P(A B)$ e interpreta la respuesta en términos del modelo.
	<b>ES.E.67.4</b>	Usa permutaciones y combinaciones para determinar las probabilidades de sucesos compuestos y resolver problemas matemáticos.

<b>ESCUELA SECUNDARIA</b>		
<b>Numeración y Operación</b>	<b>El estudiante es capaz de reconocer y aplicar los conceptos matemáticos al representar, estimar, realizar cálculos, relacionar números y sistemas numéricos para resolver problemas matemáticos y de la vida diaria.</b>	
<b>ES.N.1</b>	<b>Usa la propiedad de clausura de números racionales e irracionales, y aplica conceptos básicos de la teoría de conjuntos.</b>	
	ES.N.1.1	Comprende por qué la suma, la resta o el producto de dos números racionales es racional; y por qué la suma o el producto de un número racional y un número irracional es irracional.
	(+) ES.N.1.2	Reconoce los conceptos básicos (conjunto, elemento, finito/infinito, iguales y vacío entre otros) de la teoría de conjuntos, los representa y los clasifica.
	(+) ES.N.1.3	Identifica y determina la cantidad de subconjuntos y subconjuntos propios de un conjunto, incluye el conjunto vacío.
	(+) ES.N.1.4	Reconoce los conjuntos numéricos y los subconjuntos de los números reales.
	(+) ES.N.1.5	Realiza operaciones con conjuntos (unión, intersección, diferencia, complemento, entre otros).
<b>ES.N.2</b>	<b>Razona cuantitativamente y usa unidades para resolver problemas.</b>	
	ES.N.2.1	Define cantidades adecuadas con el fin de hacer modelos descriptivos.
	ES.N.2.2	Escoge el grado de precisión adecuado a las restricciones de medición al reportar cantidades.
<b>ES.N.3</b>	<b>Realiza operaciones aritméticas con números complejos.</b>	

<b>ESCUELA SECUNDARIA</b>		
	ES.N.3.1	Reconoce que existe un número complejo $i$ , tal que $i^2 = -1$ , y que todo número complejo es de la forma $a + bi$ , donde $a$ y $b$ son números reales.
	ES.N.3.2	Usa la relación $i^2 = -1$ y las propiedades conmutativa, asociativa y distributiva para sumar, restar y multiplicar números complejos.
	ES.N.3.3	División de números complejos <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Determina el conjugado de un número complejo.</li> <li>➤ Utiliza conjugados para hallar cocientes de números complejos.</li> </ul>
<b>ES.N.4</b>	<b>Usa números complejos en identidades polinómicas y ecuaciones.</b>	
	ES.N.4.1	Resuelve ecuaciones cuadráticas con coeficientes en el conjunto de los números reales que tienen soluciones en el conjunto de los números complejos.
	(+) ES.N.4.2	Extiende las identidades polinómicas a los números complejos (reescribir la expresión $x^2 + 4$ como $(x + 2i)(x - 2i)$ ).
	(+) ES.N.4.3	Conoce el teorema fundamental del álgebra; demuestra que se cumple para polinomios cuadráticos.
<b>ES.N.5</b>	<b>Realiza operaciones con vectores.</b>	
	(+) ES.N.5.1	Reconoce los vectores como sistema que tiene algunas de las propiedades de los números reales.
	(+) ES.N.5.2	Representa gráficamente la multiplicación escalar de vectores y sus efectos, al estirar o reducir vectores; realiza multiplicaciones escalares por componentes, (Ejemplo: $C(v_x, v_y) = (Cv_x, Cv_y)$ ). Calcula la magnitud de un múltiplo escalar $c\mathbf{v}$ usando $\ c\mathbf{v}\  =  c  \ \mathbf{v}\ $ . Determina la dirección de $c\mathbf{v}$ cuando $ c/\mathbf{v}  \neq 0$ ; la dirección de $c\mathbf{v}$ puede ser la misma de $\mathbf{v}$ (para $c > 0$ ) o contraria a $\mathbf{v}$ (para $c < 0$ ).

<b>ESCUELA SECUNDARIA</b>		
	(+) ES.N.5.3	Suma y resta vectores, y representa geoméricamente estas operaciones. Reconoce que la magnitud de la suma de dos vectores no es, típicamente, la suma de sus magnitudes. Determina la magnitud y la dirección de la suma de vectores. Comprende que la resta de vectores $\mathbf{v} - \mathbf{w}$ es $\mathbf{v} + (-\mathbf{w})$ , donde $-\mathbf{w}$ es el inverso aditivo de $\mathbf{w}$ .
<b>ES.N.6</b>	<b>Representa y construye modelos con cantidades en vectores.</b>	
	(+) ES.N.6.1	Reconoce que las cantidades vectoriales tienen magnitud y dirección. Representa cantidades vectoriales con segmentos de recta dirigidos y usa los signos apropiados para los vectores y sus magnitudes ( $\mathbf{v}$ , $ \mathbf{v} $ , $\ \mathbf{v}\ $ ).
	(+) ES.N.6.2	Determina los componentes de un vector restando las coordenadas de un punto inicial con las del punto terminal.
	(+) ES.N.6.3	Resuelve problemas matemáticos sobre velocidad y otras cantidades que se puedan representar con vectores.
<b>ES.N.7</b>	<b>Realiza operaciones con logaritmos.</b>	
	ES.N.7.1	Realiza operaciones básicas con logaritmos naturales y comunes.
	ES.N.7.2	Aplica las propiedades de los logaritmos $\log_b(xy) = \log_b x + \log_b y$ ; $\log_b\left(\frac{x}{y}\right) = \log_b x - \log_b y$ ; $\log_b x^a = a \log_b x$ para todo $x > 0, y > 0, b > 0, b \neq 1$ .
<b>ES.N.8</b>	<b>Realiza operaciones en matrices y usa matrices en aplicaciones.</b>	
	(+) ES.N.8.1	Usa matrices para representar y manipular datos (para representar pagos o relaciones de incidencia en una red).

<b>ESCUELA SECUNDARIA</b>		
	(+) ES.N.8.2	Multiplica matrices por escalares para producir matrices nuevas (cuando se duplican los pagos en un juego).
	(+) ES.N.8.3	Suma, resta y multiplica matrices de dimensiones apropiadas.
	(+) ES.N.8.4	Reconoce que, a diferencia de la multiplicación de números, la multiplicación de matrices no es una operación conmutativa; sin embargo, satisface las propiedades asociativa y distributiva.
	(+) ES.N.8.5	Reconoce que la matriz nula y la de identidad desempeñan un papel en la suma y la multiplicación de matrices similar al que desempeñan 0 y 1 en los números reales. La determinante de una matriz cuadrada es diferente de cero si, y solo si, la matriz tiene inverso multiplicativo.
	(+) ES.N.8.6	Multiplica un vector (considerado como una matriz de una columna) por una matriz de dimensiones apropiadas para producir otro vector. Trabaja con matrices como transformaciones de vectores.
	(+) ES.N.8.7	Trabaja con matrices de $2 \times 2$ como transformaciones del plano cartesiano e interpreta el valor absoluto del determinante de la matriz en términos de área.
<b>ES.N.9</b>	<b>Usa las propiedades de los números reales para resolver problemas con expresiones, ecuaciones y funciones.</b>	
	ES.N.9.1	Usa las propiedades para resolver problemas con expresiones, ecuaciones y funciones, y escoge e interpreta unidades en fórmulas de manera consistente, así como la escala y el origen en gráficas al representar datos.
	ES.N.9.2	Representa e interpreta datos en matrices, y desarrolla la suma de matrices y sus propiedades para resolver problemas.

<b>ESCUELA SECUNDARIA</b>		
	(+) ES.N.9.3	Representa datos categorizados en dos variables en una matriz y rotula las filas y columnas. Interpreta el significado de una entrada particular de una matriz en términos de los contextos. <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Utiliza las matrices para analizar datos.</li> <li>➤ Desarrolla las propiedades de suma de matrices; suma y resta de matrices para resolver problemas.</li> </ul>
<b>Álgebra</b>	<b>El estudiante es capaz de realizar y representar operaciones numéricas que incluyen relaciones de cantidad, funciones, análisis de cambios, emplea números, variables y signos para resolver problemas matemáticos y de la vida diaria.</b>	
<b>ES.A.10</b>	<b>Realiza las operaciones básicas con monomios, binomios y polinomios, aplica estas operaciones para analizar el comportamiento gráfico de las funciones polinómicas y aplica la composición y descomposición de funciones para construir modelos y resolver problemas.</b>	
	ES.A.10.1	Utiliza la terminología relacionada con expresiones polinómicas y efectúa las operaciones de suma, resta, multiplicación y división.
	ES.A.10.2	Utiliza la factorización y las propiedades de los exponentes para realizar las operaciones básicas con polinomios.
	ES.A.10.3	Representa mediante expresiones algebraicas el perímetro, área y volumen de figuras geométricas bidimensionales y tridimensionales.
	ES.A.10.4	Factoriza expresiones cuadráticas simples (factor común, trinomio cuadrado perfecto, diferencia de cuadrados y cuadráticas de la forma $ax^2 + bx + c$ que factorizan sobre los enteros).
<b>ES.A.11</b>	<b>Multiplica matrices, verifica las propiedades de la multiplicación de matrices y usa la representación matricial de un sistema de ecuaciones lineales en dos variables para resolver sistemas con y sin tecnología.</b>	

<b>ESCUELA SECUNDARIA</b>		
	ES.A.11.1	Verifica las propiedades de la multiplicación de matrices ( $2 \times 2$ ), una matriz por un escalar y utiliza estas propiedades para resolver problemas.
	ES.A.11.2	Construye un sistema de ecuaciones lineales modelando situaciones de la vida diaria y representa el sistema como una ecuación matricial ( $Ax = B$ ).
	ES.A.11.3	Resuelve un sistema que consiste en dos ecuaciones lineales en dos variables al resolver la ecuación matricial $Ax = B$ , y hallar $x = A^{-1}B$ utilizando la tecnología.
<b>ES.A.12</b>	<b>Interpreta la estructura de las expresiones.</b>	
	ES.A.12.1	Interpreta expresiones que representan una cantidad, según su contexto y los componentes de una expresión, como sus términos, factores y coeficientes (Ejemplo: Interpretar $P(1+r)^n$ como el producto de $P$ y un factor que no depende de $P$ ).
<b>ES.A.13</b>	<b>Escribe expresiones en formas equivalentes para resolver problemas.</b>	
	(+) ES.A.13.1	Determina la fórmula para la suma de una serie aritmética y geométrica finita (cuando la razón común no es 1) y usa la fórmula para resolver problemas de la vida diaria (Ejemplo: Calcular los pagos de una hipoteca).
<b>ES.A.14</b>	<b>Reconoce la propiedad de clausura.</b>	
	ES.A.14.1	Reconoce que los polinomios forman un sistema análogo a los enteros, es decir, son cerrados para las operaciones de suma, resta y multiplicación.
<b>ES.A.15</b>	<b>Reconoce la relación entre los ceros y los factores de un polinomio.</b>	

<b>ESCUELA SECUNDARIA</b>		
	ES.A.15.1	Reconoce y aplica el teorema del residuo: para un polinomio $p(x)$ y un número $a$ , el residuo de división por $x - a$ es $p(a)$ , por tanto, $p(a) = 0$ si, y solo si, $(x - a)$ es un factor de $p(x)$ .
	ES.A.15.2	Identifica los ceros en polinomios mediante la factorización, y usa los ceros para construir una gráfica aproximada de la función definida por el polinomio.
<b>ES.A.16</b>	<b>Usa polinomios para resolver problemas matemáticos.</b>	
	(+) ES.A.16.1	Demuestra las identidades de polinomios y las usa para describir relaciones numéricas (Ejemplo: La identidad polinómica $(x^2 + y^2)^2 = (x^2 - y^2)^2 + (2xy)^2$ se puede usar para generar triples pitagóricas).
	(+) ES.A.16.2	Reconoce y aplica el teorema del binomio para el desarrollo de $(x+y)^n$ en potencias de $x$ y de $y$ para un entero positivo $n$ , en el que $x$ y $y$ son números reales con coeficientes determinados (por el triángulo de Pascal).
	ES.A.16.3	Reescribe expresiones racionales simples de diferentes formas; escribe $\frac{a(x)}{b(x)}$ de la forma $q(x) + \frac{r(x)}{b(x)}$ , donde $a(x)$ , $b(x)$ , $q(x)$ y $r(x)$ son polinomios, con el grado de $r(x)$ menor que el grado de $b(x)$ , $b(x) \neq 0$ , usando la división larga y la división sintética (si aplica).
	ES.A.16.4	Reconoce que las expresiones racionales forman un sistema análogo a los números racionales, que es cerrado para la suma, la resta, la multiplicación y la división por una expresión racional diferente de cero.
<b>ES.A.17</b>	<b>Crea ecuaciones que describen números o relaciones.</b>	

<b>ESCUELA SECUNDARIA</b>		
	ES.A.17.1	Representa restricciones mediante ecuaciones o inecuaciones, y mediante sistemas de ecuaciones y/o inecuaciones, e interpreta las soluciones como opciones viables o no viables en el contexto de hacer un modelo (Ejemplo: Representar inecuaciones para describir restricciones nutricionales y de costos en combinaciones de diferentes alimentos).
	ES.A.17.2	Realiza cálculos de interés simple o compuesto, valor futuro y valor presente, entre otros, para resolver problemas matemáticos y de la vida diaria.
	ES.A.17.3	Reconoce y aplica los conceptos básicos relacionados con las finanzas: <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ interés,</li> <li>➤ principal,</li> <li>➤ razón o tasa de interés, y</li> <li>➤ valor presente o futuro</li> </ul> para resolver problemas matemáticos y de la vida diaria.
<b>ES.A.18</b>	<b>Identifica ciertas relaciones no lineales y las clasifica en relaciones exponenciales o relaciones cuadráticas basándose en la razón de cambio en tablas, formas simbólicas o representaciones gráficas.</b>	
	ES.A.18.1	Multiplica un par de expresiones lineales e interpreta el resultado de la operación numéricamente por evaluación, por medio de una tabla de valores y gráficamente. <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Reconoce que al multiplicar factores lineales produce relaciones no lineales.</li> </ul>
<b>ES.A.19</b>	<b>Representa e interpreta funciones exponenciales y cuadráticas basadas en situaciones matemáticas y de la vida diaria por medio de tablas, formas simbólicas y representaciones gráficas, y soluciona ecuaciones relacionadas con estas funciones.</b>	

<b>ESCUELA SECUNDARIA</b>		
	ES.A.19.1	Describe los efectos de los cambios en el coeficiente, la base y el exponente en el comportamiento de una función exponencial. Distingue entre las representaciones generales para ecuaciones exponenciales ( $y = b^x$ ; $y = a(b^x)$ ) y ecuaciones cuadráticas $y = -x^2$ ; $2y = (-x)^2$ ; $y = x^2$ ; $y = ax^2$ ; $y = x^2 + c$ ; $y = ax^2 + c$ , y describe cómo los valores $a, b, c$ afectan su gráfica.
	ES.A.19.2	Desarrolla y describe las múltiples representaciones de las soluciones de las ecuaciones cuadráticas y exponenciales utilizando manipulativos, tablas, gráficas, expresiones simbólicas y la tecnología.
<b>ES.A.20</b>	<b>Reconoce la solución de ecuaciones como un proceso de razonamiento y explica dicho razonamiento.</b>	
	ES.A.20.1	Resuelve ecuaciones racionales y radicales simples de una variable y reconoce que algunas soluciones pueden dar como resultado soluciones extrañas (soluciones que no satisfacen la ecuación o el problema realmente).
<b>ES.A.21</b>	<b>Resuelve ecuaciones e inecuaciones de una variable.</b>	
	ES.A.21.1	Resuelve ecuaciones cuadráticas de una variable. Usa el método de completar el cuadrado para transformar cualquier ecuación cuadrática de $x$ en una ecuación de la forma $(x - p)^2 = q$ que tenga las mismas soluciones. Demuestra la fórmula cuadrática a partir de esta forma.
	ES.A.21.2	Resuelve ecuaciones cuadráticas por: <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ inspección (Ejemplo: <math>x^2 = 49</math>),</li> <li>➤ factorización,</li> <li>➤ raíz cuadrada,</li> <li>➤ completar el cuadrado y</li> <li>➤ la fórmula cuadrática,</li> </ul> según corresponda a la forma original de la ecuación. Reconoce casos en que la fórmula cuadrática da soluciones complejas y las escribe como $a \pm bi$ para números reales $a$ y $b$ .

<b>ESCUELA SECUNDARIA</b>		
<b>ES.A.22</b>	<b>Resuelve sistemas de ecuaciones e inecuaciones.</b>	
	ES.A.22.1	Utiliza método gráfico, sustitución y eliminación para sistema mayor de 2 x 2 y lo clasifica en sistema consistente independiente, consistente dependiente e inconsistente.
	ES.A.22.2	Resuelve algebraica y gráficamente un sistema formado por una ecuación lineal y una ecuación cuadrática en dos variables.
	(+) ES.A.22.3	Representa un sistema de ecuaciones lineales como una sola ecuación matricial en una variable vectorial.
	(+) ES.A.22.4	Determina el inverso de una matriz, si existe, y el determinante, y los usa para resolver sistemas de ecuaciones lineales (utiliza tecnología para matrices de dimensión 3 x 3 o mayores).
	(+) ES.A.22.5	Resuelve sistemas de ecuaciones utilizando el método de Gauss Jordan y la regla de Cramer.
<b>ES.A.23</b>	<b>Representa y resuelve ecuaciones e inecuaciones por el método gráfico.</b>	
	ES.A.23.1	Reconoce que la gráfica de una ecuación de dos variables es el conjunto de todas sus soluciones ubicadas en el plano cartesiano, lo cual frecuentemente da una curva (que podría ser una recta).
	ES.A.23.2	Intersección de las gráficas de dos funciones: <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ explica por qué las coordenadas <math>x</math> de los puntos donde las gráficas de las ecuaciones <math>y = f(x)</math> y <math>y = g(x)</math> se intersecan son las soluciones de la ecuación <math>f(x) = g(x)</math>,</li> <li>➤ determina las soluciones aproximadas de la ecuación <math>f(x) = g(x)</math> (utiliza la tecnología para graficar las funciones y prepara tablas de valores o encuentra aproximaciones sucesivas),</li> <li>➤ incluye casos en los que <math>f(x)</math> y/o <math>g(x)</math> sean funciones lineales, polinómicas, racionales, de valor absoluto, exponenciales y logarítmicas.</li> </ul>

<b>ESCUELA SECUNDARIA</b>		
	ES.A.23.3	Traza la gráfica de las soluciones de una desigualdad lineal de dos variables como un semiplano, y para un sistema de desigualdades lineales de dos variables, como la intersección de los correspondientes semiplanos con o sin tecnología.
	ES.A.23.4	Resuelve inecuaciones cuadráticas en una y dos variables, y traza la gráfica de la solución.
<b>ES.A.24</b>	<b>Clasifica sucesiones como aritméticas, geométricas o ninguna, y desarrolla fórmulas para el término general y las sumas relacionadas.</b>	
	(+) ES.A.24.1	Determina e interpreta la razón de cambio encontrada en sucesiones y la utiliza para clasificar las sucesiones como aritméticas, geométricas o ninguna.
	(+) ES.A.24.2	Desarrolla el término general para las sucesiones aritméticas o geométricas, y métodos para calcular la suma de los términos de una sucesión aritmética finita o sucesión geométrica y la suma de una serie geométrica infinita.
<b>ES.A.25</b>	<b>Resuelve ecuaciones logarítmicas y exponenciales.</b>	
	(+) ES.A.25.1	Resuelve ecuaciones exponenciales.
	(+) ES.A.25.2	Resuelve ecuaciones logarítmicas y presta atención a las raíces extrañas e interpreta la solución en el contexto del problema matemático.
<b>Funciones</b>	<b>El estudiante es capaz de entender, interpretar, analizar y construir modelos de diversas funciones y sus representaciones. Esto incluye las descripciones verbales, tablas, ecuaciones y gráficas para hacer predicciones y analizar las relaciones al solucionar problemas matemáticos y de la vida diaria.</b>	

<b>ESCUELA SECUNDARIA</b>		
<b>ES.F.26</b>	<b>Reconoce el concepto de función y usa notación de funciones.</b>	
	ES.F.26.1	Describe y contrasta funciones elementales comunes (representadas simbólicamente y gráficamente), incluye: <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ <math>x^n</math>,</li> <li>➤ <math>\frac{1}{x}</math>,</li> <li>➤ <math>\ln(x)</math>,</li> <li>➤ <math>\log_a(x)</math>,</li> <li>➤ <math>e^x</math>,</li> <li>➤ <math>a^x</math></li> </ul> y las funciones trigonométricas básicas.
	(+ ES.F.26.2	Reconoce que las sucesiones son funciones, algunas veces definidas recursivamente, cuyo dominio es un subconjunto de los enteros (la sucesión de Fibonacci está definida recursivamente por $f(0) = f(1) = 1, f(n+1) = f(n) + f(n-1)$ para $n \geq 1$ ).
<b>ES.F.27</b>	<b>Reconoce, interpreta, evalúa y analiza funciones.</b>	
	ES.F.27.1	Escribe una función definida por una expresión en formas diferentes pero equivalentes, para explicar diferentes propiedades de la función. <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Usa el proceso de factorización y completación del cuadrado en una función cuadrática para mostrar los ceros, los valores en los extremos y la simetría de la gráfica, y los interpreta según un contexto.</li> <li>➤ Usa las propiedades de los exponentes para interpretar expresiones de funciones exponenciales (identificar la tasa porcentual de cambio en funciones tales como <math>y = (1.02)^t; y = (0.97)^t; y = 1.01(12)^t; y = (1.2)^{\frac{t}{10}}</math> y clasificarlas como crecimiento o disminución exponencial).</li> </ul>

<b>ESCUELA SECUNDARIA</b>		
	ES.F.27.2	Compara las propiedades de dos funciones, cada una representada de diferente manera: algebraicamente, gráficamente, en una tabla numérica o descrita verbalmente (Ejemplo: Dada la gráfica para una función cuadrática y otra función expresada de forma algebraica, determinar cuál función tiene el valor máximo mayor).
	ES.F.27.3	Reconoce y describe la continuidad, las asíntotas, la simetría (funciones pares e impares) y relaciona estos conceptos con la gráfica de la función.
	ES.F.27.4	Distingue entre situaciones que pueden ser modeladas con funciones lineales y con funciones exponenciales. Demuestra que las funciones lineales aumentan por diferencias iguales en intervalos iguales, y que las funciones exponenciales aumentan por factores iguales en intervalos iguales.
	ES.F.27.5	Reconoce situaciones en las que una cantidad cambia con respecto a otra cantidad a una tasa constante por intervalo unitario y situaciones en las cuales una cantidad aumenta o disminuye con respecto a otra cantidad a una tasa porcentual constante por intervalo unitario.
	ES.F.27.6	Interpreta los parámetros de una función lineal o exponencial en términos de un contexto.
<b>ES.F.28</b>	<b>Interpreta funciones que resultan en aplicaciones según el contexto.</b>	
	ES.F.28.1	Interpreta las características básicas de las gráficas y las tablas de una función que representa dos cantidades en términos de esas cantidades, y traza gráficas que muestran las características a partir de una descripción verbal de la relación. Entre las características se incluyen: intercepto, intervalos en los que la función es creciente, decreciente, positiva o negativa, máximos y mínimos relativos, simetrías, comportamiento en los extremos y periodicidad.

<b>ESCUELA SECUNDARIA</b>		
	ES.F.28.2	Calcula e interpreta la tasa de cambio promedio de una función (presentada simbólicamente o en una tabla) en un intervalo específico. Estima la tasa de cambio a partir de una gráfica.
	ES.F.28.3	Modela y resuelve problemas usando la variación directa, inversa y combinada.
	ES.F.28.4	Modela situaciones elaborando ecuaciones e inecuaciones basadas en funciones racionales.
	ES.F.28.5	Utiliza diferentes métodos para resolver ecuaciones e inecuaciones e interpreta las soluciones en términos del contexto.
<b>ES.F.29</b>	<b>Analiza funciones usando diferentes representaciones.</b>	
	ES.F.29.1	Compara y contrasta las características de las diferentes familias de las funciones: polinómicas, racionales, radicales, exponenciales, logarítmicas, trigonométricas y funciones definidas por partes, representadas de múltiples formas.
	ES.F.29.2	Compone y descompone dos funciones, determina su dominio y alcance (campo de valores, rango, imagen), y traza su gráfica. Utiliza la composición de funciones para determinar si dos funciones son inversas una de la otra.

<b>ESCUELA SECUNDARIA</b>		
	ES.F.29.3	<p>Traza la gráfica de funciones expresadas simbólicamente y muestra las características claves de la gráfica con y sin tecnología.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Grafica funciones lineales y cuadráticas, indica los puntos de intersección, el punto máximo o mínimo.</li> <li>➤ Grafica funciones de raíz cuadrada, raíz cúbica y funciones por partes, incluye funciones discontinuas y de valor absoluto.</li> <li>➤ Grafica funciones polinómicas e identifica los ceros cuando las factorizaciones son razonables, y muestra su comportamiento en los extremos.</li> <li>➤ Grafica funciones racionales e identifica los ceros y las asíntotas cuando las factorizaciones son razonables, y muestra su comportamiento en los extremos.</li> <li>➤ Grafica funciones trigonométricas y muestra período, línea media (eje primo), amplitud y desfase.</li> <li>➤ (+) Grafica funciones exponenciales y logarítmicas, y señala los interceptos y su comportamiento en los extremos.</li> </ul>
	ES.F.29.4	Representa las funciones trigonométricas por medio de tablas, gráficas, expresiones verbales y expresiones algebraicas.
	ES.F.29.5	Evalúa funciones trigonométricas para un número real de su dominio.
	ES.F.29.6	<p>Reconoce las características principales de cada una de las funciones trigonométricas:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ dominio,</li> <li>➤ recorrido (campo de valores, imagen, alcance),</li> <li>➤ intersecciones con los ejes,</li> <li>➤ valores máximos y mínimos,</li> <li>➤ asíntotas,</li> <li>➤ intervalos donde la función es creciente, decreciente o constante.</li> </ul>

<b>ESCUELA SECUNDARIA</b>		
<b>ES.F.30</b>	<b>Construye una función como modelo de la relación entre dos cantidades.</b>	
	ES.F.30.1	<p>Modelos de funciones.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Usa una función que describe una relación entre dos cantidades.</li> <li>➤ Determina una expresión explícita, un proceso recursivo o los pasos para un cálculo a partir de un contexto.</li> <li>➤ Combina tipos de funciones en su forma estándar usando operaciones aritméticas (Ejemplo: Construir una función que modele la temperatura de un cuerpo que se va enfriando, agregarle una función constante a una función exponencial decreciente y relacionar estas funciones con el modelo).</li> </ul>
	(+ ES.F.30.2)	Aplica el concepto de composición y descomposición de funciones en modelos y en la solución de problemas matemáticos y de la vida diaria (Ejemplo: Si $T(y)$ es la temperatura de la atmósfera en función de la altura, y $h(t)$ es la altitud de un globo meteorológico en función del tiempo, entonces $T(h(t))$ es la temperatura en el lugar donde se encuentra el globo en función del tiempo).
	(+ ES.F.30.3)	Escribe sucesiones aritméticas y geométricas usando fórmulas recursivas y fórmulas explícitas, y las usa para hacer modelos de algunas situaciones.
	(+ ES.F.30.4)	Resuelve problemas matemáticos de logaritmos y exponenciales usando la relación inversa entre ambas funciones.
<b>ES.F.31</b>	<b>Construye nuevas funciones a partir de funciones existentes.</b>	
	ES.F.31.1	<p>Transformaciones de funciones.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Identifica el efecto sobre la gráfica al reemplazar <math>f(x)</math> por <math>f(x) + k</math>, <math>k f(x)</math>, <math>f(kx)</math> y <math>f(x + k)</math> para valores específicos de <math>k</math> (positivos y negativos).</li> <li>➤ Determina el valor de <math>k</math> a partir de la gráfica.</li> <li>➤ Utiliza la tecnología para explicar los efectos de la constante <math>k</math> sobre la gráfica de una función al realizar una transformación.</li> </ul>

<b>ESCUELA SECUNDARIA</b>		
	ES.F.31.2	Identifica funciones pares e impares a partir de sus gráficas y de sus expresiones algebraicas.
	ES.F.31.3	<p>Funciones inversas</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Determina la función inversa de una función <math>f(x)</math>.</li> <li>➤ Resuelve una ecuación de la forma <math>f(x) = c</math> para una función simple <math>f</math> que tiene inverso, y escribe la expresión de la función inversa de una función (Ejemplo: <math>(x) = 2x^3</math>; o <math>f(x) = \frac{x+1}{x-1}</math> para <math>x \neq 1</math>).</li> </ul>
	(+) ES.F.31.4	Lee valores de una función inversa a partir de una gráfica o de una tabla e identifica que la función tiene una función inversa asociada.
	(+) ES.F.31.5	Produce una función que tenga función inversa a partir de una función que no es uno-uno restringiendo el dominio.
<b>ES.F.32</b>	<b>Construye y compara modelos lineales, cuadráticos y exponenciales, y resuelve problemas de la vida diaria.</b>	
	ES.F.32.1	<p>Construye funciones lineales y exponenciales, incluidas:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ sucesiones aritméticas y geométricas,</li> <li>➤ una gráfica,</li> <li>➤ una descripción de la relación o</li> <li>➤ dos pares de entradas y salidas (representadas en tabla o diagrama)</li> </ul> <p>para resolver problemas de la vida diaria.</p>
	ES.F.32.2	Utiliza gráficas y tablas de funciones para observar que una cantidad que aumenta de manera exponencial excede a una cantidad que aumenta de forma lineal, cuadrática o polinómica.
	ES.F.32.3	En modelos exponenciales, expresa como logaritmo la solución de $ab^{(ct)} = d$ , donde $a, c$ y $d$ son números reales, y la base $b$ es 2, 10 o $e$ . Evalúa logaritmos usando la tecnología.

<b>ESCUELA SECUNDARIA</b>		
<b>ES.F.33</b>	<b>Extiende el dominio de funciones trigonométricas al utilizar el círculo unitario.</b>	
	ES.F.33.1	Reconoce la medida de un ángulo en radianes como la longitud del arco que subtiende ese ángulo sobre el círculo unitario.
	ES.F.33.2	Determina ángulos coterminales (positivos y negativos) para un ángulo en posición estándar.
	ES.F.33.3	Expresa la medida en radianes de un ángulo en grados y viceversa (radianes a grados y grados a radianes).
	ES.F.33.4	Explica cómo el círculo unitario sobre el plano cartesiano permite extender las funciones trigonométricas a todos los números reales utilizando las medidas de los ángulos en radianes.
	ES.F.33.5	<p>Triángulos especiales y círculo unitario</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Usa triángulos especiales para determinar de forma geométrica los valores de seno, coseno y tangente de <math>0, \pi, \frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{6}</math> y sus múltiplos.</li> <li>➤ Usa el círculo unitario para expresar los valores de seno, coseno y tangente de <math>x, \pi - x</math>, y <math>2\pi - x</math> en términos de sus valores de <math>x</math>, donde <math>x</math> es un número real cualquiera.</li> </ul>
	(+) ES.F.33.6	Usa el círculo unitario para explicar la simetría (impar y par) y la periodicidad de las funciones trigonométricas.
	ES.F.33.7	Determina el ángulo de referencia para ángulos (positivos y negativos) en posición estándar.
<b>ES.F.34</b>	<b>Representa fenómenos periódicos con funciones trigonométricas.</b>	
	ES.F.34.1	Utiliza funciones trigonométricas para construir modelos y resolver problemas matemáticos y de la vida diaria.

<b>ESCUELA SECUNDARIA</b>		
	ES.F.34.2	Selecciona funciones trigonométricas para modelar fenómenos periódicos con amplitud, frecuencia y línea media.
	(+) ES.F.34.3	Reconoce que al restringir una función trigonométrica a un dominio que siempre aumenta o disminuye permite construir su función inversa correspondiente.
	(+) ES.F.34.4	Resuelve ecuaciones trigonométricas utilizando funciones inversas y evalúa e interpreta las soluciones utilizando la tecnología.
	ES.F.34.5	Utiliza diferentes estrategias para resolver ecuaciones trigonométricas.
<b>ES.F.35</b>	<b>Demuestra y aplica identidades trigonométricas.</b>	
	(+) ES.F.35.1	Demuestra la identidad pitagórica $\text{sen}^2(\theta) + \text{cos}^2(\theta) = 1$ y la usa para determinar $\text{sen}(\theta)$ , $\text{cos}(\theta)$ , o $\text{tan}(\theta)$ , dado $\text{sen}(\theta)$ , $\text{cos}(\theta)$ , o $\text{tan}(\theta)$ y el cuadrante del ángulo.
	(+) ES.F.35.2	Determina las fórmulas de suma y resta para seno, coseno y tangente, y las usa para resolver problemas matemáticos.
<b>Geometría</b>	<b>El estudiante es capaz de identificar formas y dimensiones geométricas, y de utilizar el conocimiento espacial para analizar sus estructuras, características, propiedades y relaciones a fin de reconocer y descubrir el entorno físico.</b>	
<b>ES.G.36</b>	<b>Conceptos básicos de geometría.</b>	
	ES.G.36.1	Reconoce el concepto geometría.

<b>ESCUELA SECUNDARIA</b>		
	ES.G.36.2	Nombra e identifica los conceptos básicos en figuras geométricas y de la vida diaria como: <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ punto</li> <li>➤ recta</li> <li>➤ plano</li> <li>➤ segmento</li> <li>➤ rayo</li> </ul>
	ES.G.36.3	Reconoce y aplica los postulados básicos de la geometría euclidiana.
<b>ES.G.37</b>	<b>Experimenta con transformaciones en el plano cartesiano.</b>	
	ES.G.37.1	Transformaciones geométricas <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Representa transformaciones en el plano cartesiano usando transparencias y <i>software</i> para geometría; describe transformaciones como funciones que asumen puntos en el plano cartesiano como entrada y entregan otros puntos como salida.</li> <li>➤ Compara transformaciones que conservan distancia y ángulo con las que no los conservan (traslación versus ampliación).</li> </ul>
<b>ES.G.38</b>	<b>Identifica, describe y aplica las relaciones de semejanza para determinar las medidas de las partes correspondientes de figuras semejantes y aplica medidas a escala en dibujos y mapas.</b>	
	ES.G.38.1	Define e identifica semejanzas en figuras geométricas bidimensionales, determina la razón de semejanza y la relación proporcional entre las medidas de los lados correspondientes de figuras semejantes.
	ES.G.38.2	Interpreta y resuelve problemas de área y longitud usando dibujos a escala y gráficas para reproducir la figura original.

<b>ESCUELA SECUNDARIA</b>		
<b>ES.G.39</b>	<b>Aplica métodos matemáticos de prueba para desarrollar justificaciones para los teoremas básicos de la geometría euclidiana.</b>	
	ES.G.39.1	Demuestra teoremas sobre rectas y ángulos. Incluye los siguientes teoremas: los ángulos rectos son congruentes; cuando una transversal se corta por rectas paralelas, los ángulos internos alternos son congruentes y los ángulos correspondientes son congruentes; los puntos sobre una bisectriz perpendicular de un segmento de recta son exactamente equidistantes de los puntos extremos del segmento.
	ES.G.39.2	Demuestra teoremas sobre triángulos. Incluye los siguientes teoremas: la suma de los ángulos interiores de un triángulo es de $180^\circ$ ; los ángulos de la base de un triángulo isósceles son congruentes; el segmento que une los puntos medios de dos lados de un triángulo es paralelo al tercer lado y la mitad de su longitud; las medianas de un triángulo se encuentran en un punto.
	ES.G.39.3	Demuestra teoremas sobre paralelogramos. Incluye los siguientes teoremas: los lados opuestos son congruentes; los ángulos opuestos son congruentes; las diagonales de un paralelogramo se bisecan una a la otra y, a la inversa, los rectángulos son paralelogramos con diagonales congruentes.
<b>ES.G.40</b>	<b>Identifica figuras congruentes y justifica estas congruencias estableciendo los criterios mínimos (LLL, LAL, ALA) y realiza las transformaciones que conservan la congruencia entre las figuras.</b>	
	ES.G.40.1	Compara y contrasta la igualdad, la congruencia y la semejanza de triángulos.
	ES.G.40.2	Usa descripciones geométricas de movimientos rígidos para transformar figuras, predice el efecto de un movimiento rígido sobre una figura y usa la definición de congruencia para determinar si son congruentes.
	ES.G.40.3	Usa la definición de congruencia en términos de movimientos rígidos para mostrar que dos triángulos son congruentes si y solo si los pares de lados correspondientes y los pares de ángulos correspondientes son congruentes.

<b>ESCUELA SECUNDARIA</b>		
	ES.G.40.4	Establece los criterios de congruencia de triángulos (ALA, LAL, LLL) que se derivan de la definición de congruencia.
<b>ES.G.41</b>	<b>Identifica y aplica las transformaciones de figuras en el plano cartesiano y describe los resultados de estas transformaciones.</b>	
	ES.G.41.1	Representa transformaciones en el plano cartesiano, describe transformaciones como funciones y compara las que conservan distancia y ángulo con las que no los conservan (traslación, rotación o reflexión versus estiramiento o contracción).
	ES.G.41.2	Describe las reflexiones y rotaciones de polígonos regulares al moverlos sobre sí mismos.
	ES.G.41.3	Desarrolla definiciones para las transformaciones en ángulos, círculos, rectas perpendiculares, rectas paralelas y segmentos de recta.
	ES.G.41.4	Construye una figura geométrica que resulta de una rotación, reflexión o traslación de la figura original (papel milimetrado, papel para calcar o <i>software</i> de geometría). Describe una secuencia de transformaciones que mueve a una figura dada sobre otra.
<b>ES.G.42</b>	<b>Aplica los conceptos de congruencia y semejanza usando modelos físicos, transparencias o <i>software</i> de geometría para identificar figuras semejantes o congruentes. Establece los criterios mínimos (LAL, ALA, LLL) para justificar la semejanza de triángulos y determina las transformaciones que conservan la semejanza entre figuras geométricas.</b>	
	ES.G.42.1	Reconoce que una figura bidimensional es congruente con otra si la segunda se puede obtener de la primera mediante una secuencia de rotaciones, reflexiones y traslaciones.
	ES.G.42.2	Describe el resultado de transformaciones, traslaciones, rotaciones y reflexiones de figuras bidimensionales usando coordenadas.

<b>ESCUELA SECUNDARIA</b>		
	ES.G.42.3	Identifica y aplica los criterios mínimos de acuerdo con los postulados LAL, LLL, AA para establecer la semejanza de triángulos y descubre que la congruencia es un caso especial de semejanza.
	ES.G.42.4	Utiliza la semejanza y las proporciones para calcular las medidas de las partes correspondientes de figuras semejantes y las aplica en otras disciplinas. Usa criterios de congruencia y semejanza de triángulos para resolver problemas matemáticos y demostrar relaciones entre figuras geométricas.
	ES.G.42.5	Construye la representación de una figura semejante a otra figura a partir de la razón de semejanza.
	ES.G.42.6	Utiliza triángulos semejantes para demostrar que la razón de cambio asociada a cualquier par de puntos en una línea se mantiene.
	ES.G.42.7	Utiliza transformaciones centradas en el origen para describir e investigar semejanzas.
<b>ES.G.43</b>	<b>Reconoce y aplica teoremas sobre círculos.</b>	
	ES.G.43.1	Demuestra que todos los círculos son semejantes.
	ES.G.43.2	Identifica y describe relaciones entre ángulos inscritos, radios y cuerdas (incluir las relaciones entre ángulos centrales, inscritos y circunscritos; los ángulos inscritos en un diámetro son ángulos rectos; el radio de un círculo es perpendicular a la tangente en el punto donde el radio interseca el círculo).
	ES.G.43.3	Construye círculos inscritos y circunscritos en un triángulo y demuestra las propiedades de los ángulos de un cuadrilátero inscrito en un círculo.
	ES.G.43.4	Construye la recta tangente a un círculo desde un punto exterior.
<b>ES.G.44</b>	<b>Realiza construcciones geométricas.</b> <b>Nota: Se recomienda integrar el enfoque STEM-PBL y el uso de la tecnología.</b>	

<b>ESCUELA SECUNDARIA</b>		
	ES.G.44.1	Realiza construcciones geométricas formales con una variedad de herramientas y métodos (compás, regla no graduada, cuerda, dispositivos de reflexión, plegado de papel, <i>software</i> de geometría). Copia un segmento; copia un ángulo; biseca un segmento; biseca un ángulo; construye rectas perpendiculares, la bisectriz perpendicular de un segmento de recta; y construye una recta paralela a otra que pase por un punto específico en el mismo plano.
	ES.G.44.2	Construye un triángulo equilátero, un cuadrado y un hexágono regular inscrito en un círculo.
<b>ES.G.45</b>	<b>Aplica conceptos geométricos para diseñar modelos de formas geométricas.</b>	
	ES.G.45.1	Aplica conceptos de densidad basándose en área y volumen para crear modelos (Ejemplo: personas por milla cuadrada, BTU por pie cúbico).
	ES.G.45.2	Aplica métodos geométricos para resolver problemas de diseño (Ejemplo: Diseñar un objeto o estructura para satisfacer restricciones físicas o minimizar costos; trabajar con sistemas tipográficos de cuadrículas utilizando razones).
<b>ES.G.46</b>	<b>Aplica métodos matemáticos de prueba para desarrollar justificaciones para los teoremas básicos de la geometría euclidiana.</b>	
	ES.G.46.1	Establece conjeturas basadas en la exploración de situaciones geométricas, con y sin tecnología.
	ES.G.46.2	Prueba, directa o indirectamente, que un enunciado matemático válido es cierto. Desarrolla un contraejemplo para demostrar que un enunciado no es válido.
	(+) ES.G.46.3	Formula e investiga la validez del inverso de una proposición condicional.
	(+) ES.G.46.4	Organiza y presenta pruebas directas y pruebas indirectas utilizando dos columnas, párrafos y diagramas de flujo.

<b>ESCUELA SECUNDARIA</b>		
<b>ES.G.47</b>	<b>Utiliza teoremas de semejanza.</b>	
	ES.G.47.1	Demuestra teoremas sobre triángulos, que incluyen los siguientes: <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ una recta paralela a uno de los lados de un triángulo divide a los otros dos proporcionalmente, y viceversa.</li> <li>➤ el teorema de Pitágoras (usando la semejanza de triángulos).</li> </ul>
<b>ES.G.48</b>	<b>Define razones trigonométricas y resuelve problemas matemáticos con triángulos rectángulos.</b>	
	ES.G.48.1	Reconoce que, por semejanza, las razones entre los lados de un triángulo rectángulo son una propiedad de los ángulos del triángulo, lo que lleva a la definición de razones trigonométricas para ángulos agudos.
	ES.G.48.2	Explica y usa la relación entre seno y coseno de ángulos complementarios.
	ES.G.48.3	Usa razones trigonométricas y el teorema de Pitágoras para resolver triángulos rectángulos en problemas matemáticos y de la vida diaria.
	(+) ES.G.48.4	Desarrolla las identidades pitagóricas trigonométricas fundamentales de suma y diferencia, doble ángulo y de las funciones (secante, cosecante, tangente y cotangente), que utiliza para simplificar expresiones trigonométricas y resolver triángulos.
<b>ES.G.49</b>	<b>Determina la longitud de arco y áreas de sectores circulares.</b>	
	ES.G.49.1	Establece, usando la semejanza, que la longitud del arco intersecado por un ángulo central es proporcional al ángulo y define la medida del ángulo en radianes como la constante de proporcionalidad.
	ES.G.49.2	Determina la fórmula para el área de un sector circular.

<b>ESCUELA SECUNDARIA</b>		
<b>ES.G.50</b>	<b>Relaciona la descripción geométrica y la ecuación de una sección cónica.</b>	
	ES.G.50.1	Determina la ecuación de un círculo y completa el cuadrado para hallar el centro y el radio de un círculo definido por una ecuación.
	(+) ES.G.50.2	Determina la ecuación de una parábola dados el foco y la directriz.
	(+) ES.G.50.3	Determina las ecuaciones de elipses e hipérbolas al conocer los focos, usa el hecho de que la suma o la diferencia de las distancias hasta los focos es constante.
<b>ES.G.51</b>	<b>Usa coordenadas para demostrar algebraicamente teoremas geométricos sencillos.</b>	
	ES.G.51.1	Usa coordenadas para demostrar algebraicamente teoremas geométricos sencillos (Ejemplo: Demostrar o refutar que una figura definida por cuatro puntos en el plano cartesiano es un rectángulo; probar o refutar que el punto $(1, \sqrt{3})$ está ubicado sobre el círculo centrado en el origen y que contiene el punto $(0, 2)$ ).
	ES.G.51.2	Demuestra los criterios de inclinación en rectas paralelas y perpendiculares para resolver problemas geométricos.
	ES.G.51.3	Determina el punto ubicado sobre un segmento de recta que divide el segmento en una razón dada.
<b>ES.G.52</b>	<b>Aplica los métodos paramétricos para representar e interpretar el movimiento de objetos en un plano cartesiano.</b>	
	(+) ES.G.52.1	Utiliza ecuaciones paramétricas para representar situaciones de movimiento en el plano cartesiano, incluye movimiento en una línea, el movimiento de un proyectil y el movimiento de los objetos en órbitas.
	(+) ES.G.52.2	Convierte un par de ecuaciones paramétricas en una ecuación rectangular e interpreta la situación.
	(+) ES.G.52.3	Investiga curvas planas y las escritas en forma paramétricas.

<b>ESCUELA SECUNDARIA</b>		
<b>ES.G.53</b>	<b>Representa números complejos y sus operaciones en el plano complejo.</b>	
	(+) ES.G.53.1	Representa números complejos en el plano complejo en forma rectangular y polar (incluye números reales y números imaginarios), y explica por qué las formas rectangulares y polares de un número complejo dado representan el mismo número.
	(+) ES.G.53.2	Representa geoméricamente la suma, resta, multiplicación y conjugación de números complejos en el plano complejo; usa las propiedades de esta representación en cálculos $(-1 + i\sqrt{3})^3 = 8$ porque tiene módulo 2 y argumento $120^\circ$ .
	(+) ES.G.53.3	Calcula la distancia entre números en el plano complejo como el módulo de la diferencia, y el punto medio de un segmento, como el promedio de los números en sus puntos extremos.
<b>ES.G.54</b>	<b>Aplica la trigonometría en triángulos comunes.</b>	
	(+) ES.G.54.1	Determina la fórmula $A = \frac{1}{2}ab \operatorname{sen}(C)$ para el área de un triángulo y dibuja una recta auxiliar desde el vértice perpendicularmente hasta el lado opuesto.
	(+) ES.G.54.2	Demuestra las leyes del seno y del coseno, y las usa para resolver problemas.
	(+) ES.G.54.3	Reconoce y aplica la ley del seno y la del coseno para determinar medidas desconocidas en triángulos rectángulos y triángulos oblicuos (problemas matemáticos de planimetría, fuerzas resultantes).
<b>ES.G.55</b>	<b>Desarrolla y aplica los métodos generales de prueba en la solución de problemas matemáticos y formula las justificaciones para los teoremas básicos de la geometría euclidiana.</b>	
	ES.G.55.1	Establece conjeturas basadas en la exploración de situaciones geométricas con o sin tecnología.

<b>ESCUELA SECUNDARIA</b>		
	(+) ES.G.55.2	Utiliza la prueba directa o indirecta para determinar si una proposición matemática es cierta.
	(+) ES.G.55.3	Desarrolla un contraejemplo para refutar una proposición inválida.
	(+) ES.G.55.4	Formula e investiga la validez del recíproco de proposiciones condicionales.
	(+) ES.G.55.5	Organiza y presenta pruebas directas e indirectas utilizando tablas de dos columnas, párrafos y flujogramas.
<b>Medición</b>	<b>El estudiante es capaz de aplicar sistemas, herramientas y técnicas de medición con precisión, y establece conexiones entre conceptos espaciales y numéricos.</b>	
<b>ES.M.56</b>	<b>Justifica y aplica las fórmulas de medidas asociadas a figuras geométricas bidimensionales y tridimensionales para perímetro/circunferencia, área y volumen, y aplica estas fórmulas y propiedades geométricas relacionadas con ángulos y medidas de arco para resolver problemas matemáticos y de la vida diaria.</b>	
	ES.M.56.1	Presenta un argumento informal para las fórmulas de la circunferencia y área de un círculo, volumen de un cilindro, pirámide, cono y esferas.
	ES.M.56.2	Resuelve problemas de la vida diaria usando las fórmulas de volumen para cilindros, pirámides, conos y esferas.
	ES.M.56.3	Identifica las figuras de las secciones transversales bidimensionales de objetos tridimensionales, e identifica objetos tridimensionales generados por la rotación de objetos bidimensionales.
<b>ES.M.57</b>	<b>Justifica y aplica las fórmulas de medidas asociadas a figuras geométricas bidimensionales y tridimensionales para perímetro/circunferencia, área, volumen.</b>	

<b>ESCUELA SECUNDARIA</b>		
	(+) ES.M.57.1	Describe objetos a través de figuras geométricas bidimensionales y tridimensionales, sus medidas y sus propiedades (Ejemplo: un modelo cilíndrico del tronco de un árbol o de un torso humano).
<b>Análisis de datos y probabilidad</b>	<b>El estudiante es capaz de aplicar diferentes métodos de recopilación, organización, interpretación y representación de datos para describir, hacer inferencias, predicciones, llegar a conclusiones y tomar decisiones.</b>	
<b>ES.E.58</b>	<b>Calcula valores esperados y los usa para resolver problemas matemáticos.</b>	
	ES.E.58.1	Define una variable aleatoria para una cantidad de interés asignándole un valor numérico a cada evento de un espacio muestral; grafica la distribución de probabilidad correspondiente con las mismas imágenes gráficas usadas para la distribución de datos.
	(+) ES.E.58.2	Calcula el valor esperado de una variable aleatoria y lo interpreta como la media de la distribución de probabilidad.
	(+) ES.E.58.3	Desarrolla una distribución de probabilidad para una variable aleatoria definida en un espacio muestral donde las probabilidades teóricas se puedan calcular. Determina el valor esperado.
	(+) ES.E.58.4	Desarrolla una distribución de probabilidad para una variable aleatoria definida para un espacio muestral en el que las probabilidades están asignadas empíricamente y determina el valor esperado.
<b>ES.E.59</b>	<b>Usa probabilidades para evaluar resultados y tomar decisiones.</b>	
	(+) ES.E.59.1	Considera los posibles resultados, asignando probabilidades de acuerdo con los valores esperados para la toma de decisiones.

<b>ESCUELA SECUNDARIA</b>		
	(+) ES.E.59.2	Evalúa y compara estrategias usando los valores esperados.
	(+) ES.E.59.3	Usa probabilidades para tomar decisiones justas.
	(+) ES.E.59.4	Analiza decisiones y estrategias al usar conceptos de probabilidad para resolver problemas de la vida diaria.
<b>ES.E.60</b>	<b>Desarrolla, usa e interpreta simulaciones para estimar probabilidades de eventos cuyos valores teóricos son difíciles o imposibles de calcular.</b>	
	(+) ES.E.60.1	Describe una simulación identificando los componentes y supuestos en un problema de la vida diaria, selecciona el instrumento para generar los resultados, define y especifica la cantidad de intentos y realiza la simulación.
	(+) ES.E.60.2	Resume datos de una simulación usando datos numéricos y las gráficas apropiadas, desarrolla un estimado para la probabilidad de un evento asociado a una situación de la vida diaria y discute el efecto de la cantidad de intentos en la probabilidad estimada de un evento.
	(+) ES.E.60.3	Reconoce que los resultados de una simulación difieren de una simulación a otra; observa que los resultados de una simulación tienden a converger a medida que aumenta el número de intentos.
<b>ES.E.61</b>	<b>Resume, representa e interpreta datos de una sola variable de conteo o medición.</b>	
	ES.E.61.1	Usa la media y la desviación estándar de un conjunto de datos para ajustarla a una distribución normal y para estimar porcentajes de población. Reconoce que hay conjuntos de datos para los cuales dicho proceso no es el adecuado. Usa calculadoras, hojas de cálculo y tablas para estimar las áreas bajo una curva normal.
	ES.E.61.2	Identifica escenarios en los que la distribución normal es de utilidad. Describe las características de la distribución normal.

<b>ESCUELA SECUNDARIA</b>		
	ES.E.61.3	Reconoce que una asociación observada entre una variable explicativa y de respuesta no necesariamente implica que las dos variables estén unidas causalmente.
	ES.E.61.4	Evalúa posibles factores en un problema de la vida diaria y qué información provee relacionada con la pregunta de interés. Formula preguntas específicas e identifica medidas cuantitativas que pueden ser utilizadas para obtener respuestas a la pregunta de interés.
	ES.E.61.5	Describe las ventajas y desventajas de utilizar diferentes métodos para medir las variables de interés. Explica cómo pueden surgir sesgos y sus efectos en los resultados del estudio.
	ES.E.61.6	Explica por qué la mayoría de las preguntas de investigación no tienen respuestas únicas y por qué pueden utilizarse varios enfoques.
	ES.E.61.7	Utiliza diferentes medios de comunicación para informar los propósitos, los métodos y los resultados de un estudio estadístico en lenguaje no técnico.
	ES.E.61.8	Evalúa resultados de estudios reportados en medios informativos.
	ES.E.61.9	Define, compara y contrasta la estadística descriptiva e inferencial.
<b>ES.E.62</b>	<b>Comprende que los resultados pueden variar de muestra a población y de muestra a muestra. Analiza, resume y compara resultados de muestras aleatorias con resultados de muestras no aleatorias y censos; utiliza gráficas para presentar y comunicar los resultados.</b>	
	ES.E.62.1	Compara medidas de tendencia central y de dispersión obtenidas al utilizar una muestra de una población con las mismas medidas y con datos obtenidos de un censo de la población.
	ES.E.62.2	Reconoce que la media de la muestra tiende a acercarse a la media de la población a medida que el tamaño de la muestra aumenta.

<b>ESCUELA SECUNDARIA</b>		
<b>ES.E.63</b>	<b>Resume, representa e interpreta datos de dos variables cualitativas y cuantitativas.</b>	
	ES.E.63.1	Manejo de datos estadísticos <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Resume datos cualitativos y cuantitativos para dos categorías en tablas de dos entradas.</li> <li>➤ Interpreta las frecuencias relativas en el contexto de los datos.</li> <li>➤ Reconoce las asociaciones posibles y las tendencias de los datos.</li> </ul>
	ES.E.63.2	Crea, compara y evalúa las diferentes representaciones gráficas para una distribución de datos agrupados y sin agrupar, con o sin tecnología.
<b>ES.E.64</b>	<b>Interpreta modelos lineales.</b>	
	ES.E.64.1	Interpreta la inclinación (razón de cambio) y el punto de corte (término constante) de un modelo lineal según el contexto de los datos.
	ES.E.64.2	Determina la correlación lineal entre dos variables numéricas con o sin tecnología.
	ES.E.64.3	Analiza la importancia de los valores extremos como causas de posibles errores en los datos (contraejemplos o casos únicos), especialmente cuando se describen tendencias sociales.
	ES.E.64.4	Calcula los residuales por cuadrados mínimos para trazar la línea de regresión; juzga el ajuste del modelo lineal.
	(+) ES.E.64.5	Examina la influencia de los valores extremos en la correlación y en los modelos de tendencias. <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Investiga y describe los efectos de los valores extremos en el coeficiente de correlación, la pendiente y los interceptos de la línea de regresión.</li> </ul>
<b>ES.E.65</b>	<b>Realiza inferencias y justifica las conclusiones de muestreos, experimentos y estudios de observación.</b>	

<b>ESCUELA SECUNDARIA</b>		
	ES.E.65.1	Usa los datos de un experimento aleatorio para comparar dos tratamientos; usa simulaciones para decidir si las diferencias entre ambos son significativas.
	ES.E.65.2	Evalúa informes con base en los datos.
<b>ES.E.66</b>	<b>Reconoce la probabilidad independiente y la condicional, y las usa para interpretar datos.</b>	
	ES.E.66.1	Completa e interpreta tablas de frecuencias de dos entradas cuando se relacionan dos categorías como espacio muestral para determinar si los sucesos son independientes, y aproxima las probabilidades condicionales.
	ES.E.66.2	Reconoce y explica los conceptos de probabilidad condicional e independiente en situaciones de la vida diaria.
<b>ES.E.67</b>	<b>Usa las reglas de probabilidad para determinar probabilidades de sucesos compuestos en un modelo de probabilidad uniforme.</b>	
	ES.E.67.1	Determina la probabilidad condicional de $A$ dado $B$ como la fracción de resultados de $B$ que también pertenecen a $A$ , e interpreta la respuesta en términos del modelo.
	ES.E.67.2	Aplica la regla de la suma, $P(A \text{ o } B) = P(A) + P(B) - P(A \text{ y } B)$ e interpreta la respuesta en términos del modelo.
	ES.E.67.3	Aplica la regla general de la multiplicación en un modelo de probabilidad uniforme $P(A \text{ y } B) = P(A)P(B A) = P(B)P(A B)$ e interpreta la respuesta en términos del modelo.
	ES.E.67.4	Usa permutaciones y combinaciones para determinar las probabilidades de sucesos compuestos y resolver problemas matemáticos.

<b>ESCUELA SECUNDARIA</b>		
	ES.E.67.5	Reconoce un escenario de probabilidad binomial y desarrolla y traza la gráfica de una distribución de probabilidad para un conteo binomial.
<b>ES.E.68</b>	<b>Conoce los conceptos básicos de investigación en matemática.</b>	
	ES.E.68.1	Reconoce los procesos del método científico y de investigación.
	ES.E.68.2	Comprende los aspectos legales, éticos, morales y políticos al realizar una investigación.
	ES.E.68.3	Determina y evalúa posibles temas de investigación.
<b>ES.E.69</b>	<b>Establece los procesos para realizar una investigación en matemática.</b>	
	ES.E.69.1	Redacta las partes de una investigación, como el problema de investigación, la justificación, la pregunta o la hipótesis.
	ES.E.69.2	Evalúa diferentes tipos de diseños de investigación.
	ES.E.69.3	Construye instrumentos de medición para la recopilación de datos.
<b>ES.E.70</b>	<b>Representa y analiza datos en una investigación en matemática.</b>	
	ES.E.70.1	Utiliza distintos métodos para la recopilación y análisis de datos: <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ hojas de cálculo electrónicas,</li> <li>➤ programados en computadoras.</li> </ul>
<b>ES.E.71</b>	<b>Interpreta los resultados y comunica las conclusiones de los análisis de datos de dos variables para contestar la pregunta formulada mediante el uso de la notación, la terminología y los símbolos apropiados.</b>	

<b>ESCUELA SECUNDARIA</b>		
	ES.E.71.1	Interpreta y comunica las conclusiones de un análisis estadístico en dos variables en el contexto de la pregunta formulada utilizando la terminología apropiada.
<b>ES.E.72</b>	<b>Analiza datos numéricos en dos variables representándolos con diagramas de dispersión apropiada, y traza la línea de mejor ajuste.</b>	
	ES.E.72.1	Calcula la línea de mejor ajuste (a mano y mediante el uso de tecnología) e interpreta el coeficiente de correlación. Diferencia entre correlación y causalidad.
<b>ES.E.73</b>	<b>Describe la relación entre dos variables y los efectos de los extremos en las relaciones observadas.</b>	
	ES.E.73.1	Construye e interpreta diagramas de dispersión con datos bivariados (en dos variables) de medición para investigar patrones de asociación entre dos cantidades. Describe patrones, como agrupación, valor extremo, asociación positiva o negativa, asociación lineal y asociación no lineal.
<b>ES.E.74</b>	<b>Analiza, resume y compara los resultados de muestras aleatorias y no aleatorias, y del censo, usando resúmenes estadísticos y una variedad de representaciones gráficas para comunicar sus hallazgos.</b>	
	ES.E.74.1	Reconoce y compara estadísticas y parámetros utilizando las medidas de tendencia central y de dispersión. Observa que la media de la muestra tiende a acercarse a la media de la población a medida que el tamaño de la muestra aumenta.

## GLOSARIO MATEMÁTICO BÁSICO

---

- **Abscisa:**
  - Coordenada horizontal ( $x$ ) de un punto ubicado en el plano cartesiano.
  
- **Aleatorio (número):**
  - Relativo al azar, número del espacio muestral que tiene la misma probabilidad de ser escogido, también este número se utiliza para señalar a un elemento de la muestra.
  
- **Algoritmo:**
  - Es una lista bien definida, ordenada y finita de operaciones que permite hallar la solución a un problema.
  
- **Altura de un triángulo:**
  - Segmento desde un vértice del triángulo que es perpendicular a la recta que contiene al lado opuesto.
  
- **Ángulo:**
  - Porción de plano comprendida entre dos semirrectas con un origen común denominado vértice. Otra concepción de ángulo dice que esta es la figura formada por dos rayos con origen común.
  
- **Ángulos adyacentes:**
  - Son los que tienen un lado y un vértice en común.
  
- **Ángulo agudo:**
  - Ángulo que mide menos de  $90^\circ$ . Su medida está entre 0 y 90 grados, en forma algebraica, sea  $x$  la medida de un ángulo, este es agudo si  $0^\circ < x < 90^\circ$ .
  
- **Ángulos complementarios:**
  - Son dos ángulos agudos cuya suma es igual a  $90^\circ$ .

- Ángulos congruentes:
  - Dos ángulos son congruentes cuando tiene la misma medida.
- Ángulos consecutivos:
  - Ángulos que tienen un lado en común. También en algunos textos se refiere a los dos ángulos interiores al mismo lado de una transversal.
- Ángulo diedro:
  - Cada una de las regiones determinadas por dos semiplanos que se cortan. Los semiplanos se llaman caras del ángulo diedro.
- Ángulo inscrito:
  - Ángulo formado por dos cuerdas con un extremo en común.
- Ángulo llano:
  - Ángulo que mide  $180^\circ$ .
- Ángulo obtuso:
  - Mide más de  $90^\circ$  y menos de  $180^\circ$ . Su medida está entre 90 y 180 grados, en forma algebraica. Sea  $x$  la medida de un ángulo, este es agudo si  $90^\circ < x < 180^\circ$ .
- Ángulos opuestos por el vértice:
  - Dos ángulos se dicen opuestos por el vértice cuando los lados de uno son semirrectas opuestas a los lados del otro.
- Ángulo poliedro:
  - Figura determinada por tres o más semirrectas de origen común, no coplanares, en la que el plano determinado por dos de ellas consecutivas deje a las restantes en un mismo semiespacio.
- Ángulo recto:
  - Mide  $90^\circ$ .

- Ángulo semi-inscrito:
  - Ángulo formado por una cuerda y una tangente trazada por un extremo de la cuerda.
- Ángulos suplementarios:
  - Se refiere a dos ángulos cuya suma es igual a  $180^\circ$ , independientemente que sean o no consecutivos.
- Ángulo triedro:
  - Figura determinada por la intersección de tres ángulos cuyas aristas concurren a un punto común llamado vértice.
- Año:
  - Periodo de  $365 \frac{1}{4}$  días, exactamente, 365 días, 6 horas, 9 minutos con 9.76 segundos, en la antigüedad se pensaba en que solo tenía 360 días, de este número surgen los grados del círculo.
- Aproximación:
  - Grado de exactitud con que se trabaja un valor, una medida, un resultado.
- Aproximado:
  - ( $\approx$ ) se refiere a un dato que, sin ser exacto, se acerca satisfactoriamente al valor real.
- Apotema:
  - Es el segmento perpendicular a un lado trazado desde el centro de un polígono.
- Arco:
  - Parte de una circunferencia.
- Área:
  - Medida de la superficie que cubre un cuerpo o figura geométrica. Sus unidades se miden en unidades cuadradas, también denominadas de superficie, como centímetros cuadrados ( $\text{cm}^2$ ), metros cuadrados ( $\text{m}^2$ ), hectáreas (ha), etc.

- **Arista:**
  - Línea que resulta de la intersección o encuentro de dos superficies.
  
- **Asíntota:**
  - Una línea recta o curva a la que se aproxima una curva como gráfica de determinada función sin llegar jamás a tocarla por más que se acerque.
  
- **Axioma:**
  - Proposición aceptada sin necesidad de demostración dada su evidencia.
  
- **Axiomas de Peano:**
  - Axiomas de la aritmética con los que se definen los números naturales.
  
- **Azar:**
  - Se refiere a aquello que se da por casualidad, sin que se pueda controlar o predecir con certeza o exactitud.
  
- **Binomio:**
  - Expresión algebraica de dos términos. Ejemplo:  $5a - 2b$ .
  
- **Bisectriz:**
  - Es el lugar geométrico de los puntos equidistante de los lados de un ángulo. También se le asigna este nombre a la recta que divide al ángulo por su mitad y a la recta que interseca a un segmento en su punto medio.
  
- **Billón:**
  - Mil millones.

- Cardinales:
  - Números que expresan cuántos hay de algo, como uno, dos, tres, cuatro, cinco.
  
- Catetos:
  - Lados que forman el ángulo recto de un triángulo rectángulo.
  
- Censo:
  - Recuento de población. Una encuesta a una población, en este caso el tamaño de la muestra es  $N$  (mayúscula).
  
- Centil:
  - Percentil, posición con respecto a un total de tamaño 100.
  
- Cero de una función:
  - Todo punto para el cual  $f(x) = 0$ .
  
- Cilindro:
  - Cuerpo geométrico que se obtiene por la rotación de un rectángulo en torno a uno de sus lados.
  
- Círculo:
  - Región interior de una circunferencia e incluye a esta.

- Circunferencia:
  - 1. Lugar geométrico de todos los puntos que están en un mismo plano y equidistante de un punto llamado centro. 2. Línea curva, plana, cerrada cuyos puntos equidistan de otro punto dado, llamado centro.
  
- Coeficiente (de una variable):
  - Un número multiplicado por el producto de variables o potencias de variables en un término; los coeficientes de x en la expresión  $ax^2 + bx + c$  son  $a$ ,  $b$  y  $c$ .
  
- Coeficientes binomiales:
  - Coeficientes de los monomios que aparecen al desarrollar las potencias del binomio.
  
- Combinación:
  - Una colección de símbolos u objetos en la que el orden no es importante; el número de combinaciones de  $n$  símbolos u objetos diferentes elegidos  $r$  a la vez, simbolizados por  $C(n, r)$  o  $nCr$ , puede obtenerse mediante la siguiente fórmula:

$$C(n, r) = \frac{P(n, r)}{P(r, r)} = \frac{P(n, r)}{r!} = \frac{1}{r!} \cdot \frac{n!}{(n-r)!} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

- Combinatoria:
  - Parte de la matemática que analiza las diferentes formas de agrupar elementos y calcular el número de posibilidades.

- **Combinación lineal:**
  - Un vector en el plano es combinación lineal de dos vectores dados si es la suma de dos vectores ponderados de los vectores dados.
  
- **Complejos iguales:**
  - Dos números complejos son iguales si y solo si sus partes reales son iguales y sus partes imaginarias también.
  
- **Composición de funciones:**
  - Dadas dos funciones reales de variable real,  $f$  y  $g$ , se llama composición de las funciones  $f$  y  $g$ , y se escribe  $g \circ f$ , a la función definida de  $R$  en  $R$ , por  $(g \circ f)(x) = g[f(x)]$ . La función  $(g \circ f)(x)$  se lee «  $f$  compuesto con  $g$  aplicado a  $x$  ».

$$\begin{array}{ccccc} \mathbf{R} & \xrightarrow{f} & \mathbf{R} & \xrightarrow{g} & \mathbf{R} \\ x & \longrightarrow & f(x) & \longrightarrow & g[f(x)] \end{array}$$

Primero actúa la función  $f$  y después actúa la función  $g$ , sobre  $f(x)$ .

- **Conjetura:**
  - Un enunciado, opinión o conclusión basada en observaciones.
  
- **Conjunción:**
  - Combina dos proposiciones matemáticas con la palabra y se puede representar como la intersección de dos conjuntos.

- Conjunto finito:
  - Conjunto que tiene un número limitado de elementos.
  
- Conjunto infinito:
  - Conjunto de un número ilimitado de elementos.
  
- Congruencia (de figuras):
  - Dos figuras son congruentes si tienen la misma forma y tamaño. De igual medida.
  
- Conmutativa:
  - Una operación binaria es **conmutativa** cuando el resultado de la operación es el mismo, cualquiera que sea el orden de los dos elementos con los que se opera.
  
- Cono:
  - Cuerpo sólido engendrado por la rotación de un triángulo rectángulo alrededor de uno de sus catetos. El otro cateto forma la base circular del cono, mientras que la hipotenusa (generatriz) forma la superficie cónica. El volumen V del cono de radio r y

altura h es 1/3 del volumen del cilindro con las mismas dimensiones:

$$V = \frac{\pi r^2 h}{3} .$$

- Cono recto:
  - Cono, cuyo eje es perpendicular a la base.
  
- Cono oblicuo:
  - Cono, cuyo eje no es perpendicular a la base.
  
- Cono truncado:
  - Porción de cono comprendida entre la base y un plano paralelo a la misma.
  
- Constante:
  - Cantidad cuyo valor se mantiene inalterable.
  
- Constante de proporcionalidad:
  - Si las variables  $x$  y  $y$  están relacionadas por  $y = kx$ , se dice que  $k$  es la constante de proporcionalidad entre ellas.
  
- Coplanarios:
  - Puntos situados en un mismo plano.
  
- Corolario:
  - Es una consecuencia inmediata de un teorema.

- Corona circular:
  - Figura plana comprendida entre dos circunferencias concéntricas.
  
- Correlación:
  - La relación entre dos conjuntos de datos. Dos conjuntos de datos pueden tener correlación positiva si aumentan o disminuyen juntos y correlación negativa si uno de los conjuntos aumenta como el otro conjunto disminuye o no tener.
  
- Correspondencia de uno a uno:
  - Función entre dos conjuntos que empareja cada elemento del dominio con exactamente un elemento del margen y cada elemento del margen con exactamente un elemento de dominio.
  
- Cosecante:
  - Función trigonométrica que corresponde a la razón entre la hipotenusa y el cateto opuesto. Es el recíproco de la función seno.
  
- Coseno:
  - Función trigonométrica que corresponde a la razón entre el cateto adyacente al ángulo y la hipotenusa.

- Crecimiento exponencial:
  - Cambia en una cantidad o población que se puede describir mediante una ecuación con la forma  $y = \alpha \cdot b^x$ , donde  $\alpha$  representa el tamaño de la población inicial,  $b$  es la suma de dos porcentajes -100 (representa la población inicial) y  $r$  (representando la tasa de crecimiento) - y  $x$  representa un período de tiempo.
  
- Cuadrado:
  - Paralelogramo de cuatro lados iguales y cuatro ángulos congruentes (rectos). Es un rombo rectángulo. También es cuando un número tiene una potencia de dos.
  
- Cuadrado de un binomio:
  - Es igual al cuadrado del primer término más o menos el doble producto del primer término por el segundo, más el cuadrado del segundo término.  
$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \quad \text{ó} \quad (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$
  
- Cuadrado de un residual:
  - El cuadrado de la distancia desde un punto de datos y el modelo en general, cuanta más pequeña es la suma de los cuadrados de los residuales, más se aproxima a los datos de un modelo.
  
- Cuadrilátero:
  - Polígono de cuatro lados.
  
- Cuartil:
  - Intervalos que se obtienen al dividir en cuartos el conjunto de datos, ordenados de menor a mayor o viceversa.

- Cuerda:
  - Segmento que une dos puntos cualesquiera de la circunferencia.
  
- Deca:
  - Prefijo griego que significa 10.
  
- Década:
  - Período de diez años.
  
- Decaedro:
  - Poliedro de diez caras.
  
- Decágono:
  - Polígono de diez lados.
  
- Decágono regular:
  - Polígono convexo de diez lados y ángulos congruentes.
  
- Decagramo:
  - Medida de masa equivalente a diez gramos.
  
- Decalitro:
  - Medida de capacidad equivalente a diez litros.

- Decámetro:
  - Medida de longitud equivalente a diez metros.
  
- Decena:
  - Conjunto formado por diez unidades.
  
- Deci:
  - Prefijo que significa décima parte.
  
- Decigramo:
  - Medida de masa equivalente a la décima parte del gramo.
  
- Decilitro:
  - Medida de capacidad equivalente a la décima parte del litro.
  
- Décima:
  - Cada una de las diez partes iguales en que se divide una unidad o un todo.
  
- Decímetro:
  - Medida de longitud equivalente a la décima parte del metro.

- Deducción:
  - Conclusión basada en un conjunto de proposiciones verdaderas.
  
- Delta ( $\Delta$ ):
  - Cuarta letra del alfabeto griego, en el caso de delta mayúscula tiene la forma de un triángulo.
  
- Demostración:
  - Proceso por el cual, mediante una serie de razonamientos lógicos, se llega a establecer la verdad de una proposición o teorema a partir de cierta hipótesis.
  
- Denominador:
  - Parte de una fracción que indica en cuántas partes está dividido un todo o la unidad.
  
- Descomposición prima:
  - Descomponer un número en sus factores primos.
  
- Desigualdad:
  - Relación matemática que indica que dos expresiones no son iguales.
  
- Desplazamiento:
  - Cambio en la posición de un objeto; tiene tanto magnitud como dirección.

- Desviación:
  - En Estadística, diferencia de cada valor con el promedio.
  
- Desviación absoluta media:
  - Medida del margen de variación que describe la distancia promedio desde la media para los números en el conjunto de datos.
  
- Desviación estándar:
  - Una medida del margen de variación que se representa a menudo por la letra griega  $\sigma$  (sigma) y que se determina mediante la siguiente fórmula, donde  $\mu$  representa la media y  $n$  es el número de elementos en el conjunto. En resumen, es como un promedio de cuánto se desvían los datos de la media.

$$\sigma = \sqrt{\frac{(x_1 - \mu)^2 + (x_2 - \mu)^2 + \dots + (x_n - \mu)^2}{N}} = \sqrt{\frac{\sum (x - \mu)^2}{N}}$$

- Desviación estándar de una muestra:
  - En tamaño es  $n$ .

$$s = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n - 1}}$$

- Determinante (de una matriz  $M$   $2 \times 2$ ):
  - La diferencia de las dos diagonales de la matriz; representada por  $\det M$  o  $|M|$ ; para una matriz  $M$  en la forma que se indica a continuación,  $\det M = ad - bc$ .

$$M = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$

- Diagonal:
  - Segmento rectilíneo que une dos vértices no consecutivos de una figura geométrica. También en una matriz existen diagonales, diagonal principal y diagonal secundaria.
- Diagrama de árbol:
  - Un modelo matemático que muestra todos los resultados posibles para una serie de eventos o decisiones; cada segmento de línea en un diagrama de árbol es una rama.
- Diagrama de caja y línea:
  - Un método para mostrar la mediana, cuartiles y extremos de un conjunto de datos. En el siguiente ejemplo el valor mínimo es 0 el valor del primer cuartil (Q1) es 2, el valor de la mediana es 3, el valor del tercer cuartil (Q3) es 5 y el valor máximo de estos datos es 6.
- Diagrama de dispersión:
  - Una gráfica que muestra la relación entre dos conjuntos de datos. Una línea que pasa cerca de la mayoría de los puntos de datos es llamada línea ajustada.

- Diagrama de tallo y hojas:
  - Muestra los valores en un conjunto de datos dispuestos como un tallo y unas hojas; para simplificar la interpretación, los datos se suelen ordenar y se incluye una leyenda.
- Diámetro:
  - Cuerda que pasa por el centro y divide a la circunferencia en dos semicircunferencias. Equivale al doble del radio y es la máxima cuerda que se puede trazar en una circunferencia.
- Dilatación:
  - Una transformación que empareja un punto P, el centro, consigo mismo y cualquier otro punto X con un punto X en el rayo PX, de modo que  $PX/PX = r$ , donde  $r$  es el factor de escala; una dilatación con centro C y factor de escala  $r$  se representa como  $D_{C,r}$ .
- Distancia (entre dos puntos en dos dimensiones):
  - Se puede calcular mediante la fórmula

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

- Distancia (entre dos puntos en tres dimensiones):
  - Se puede calcular mediante la fórmula

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

- Duplo:
  - Prefijo griego que significa doble.
  
- Disco:
  - Es la unión de la circunferencia con el círculo.
  
- Discriminante:
  - La expresión  $b^2 - 4ac$  se la denomina discriminante. Si  $a$ ,  $b$  y  $c$  son números reales y el discriminante es mayor que cero, las soluciones o raíces de la ecuación serán reales y distintas; si el discriminante es igual a cero, las raíces serán reales e iguales y si el discriminante es menor que cero, la ecuación no tendrá soluciones reales pero sí en el campo complejo, donde habrá dos raíces conjugadas.
  
- Disjuntos:
  - Conjuntos cuya intersección es vacía.
  
- Dispersión:
  - Medida cuantitativa de la dispersión de una distribución de datos.
  
- Dividendo:
  - Número que se divide por otro.

- Docena:
  - Conjunto formado por 12 unidades.
- Dodecaedro:
  - Poliedro de 12 caras.
- Dodecágono:
  - Polígono de 12 lados.
- e:
  - Número irracional trascendental que puede obtenerse como límite de la sucesión cuando n tiende a infinito.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$$

- Ecuación:
  - Toda igualdad válida solo para algunos valores de la(s) variable(s). Ejemplos:  $6x = 18$ ;  $x - y = 7$ .
- Ecuación cuadrática:
  - Ecuación de segundo grado o cuadrática se expresa mediante la relación  $ax^2 + bx + c = 0$ , donde a es distinto de 0.
- Ecuación cúbica:
  - Ecuaciones de tercer grado o cúbicas son del tipo  $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ , donde a es distinto de 0.

- Ecuación cuártica:
  - Las ecuaciones de cuarto grado o cuárticas,  
 $ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e = 0$ , para  $a$  distinto de 0.
  
- Ecuación diferencial:
  - Ecuación que contiene derivadas.
  
- Ecuación exponencial:
  - Ecuación en la cual la incógnita aparece en algún exponente.
  
- Ecuación literal:
  - Ecuación cuyas cantidades conocidas están representadas por letras.
  
- Ecuación logarítmica:
  - Ecuación en la cual aparecen expresiones logarítmicas.
  
- Ecuación trigonométrica:
  - Aquellas cuyas incógnitas son el asunto principal de las funciones trigonométricas.
  
- Ecuaciones equivalentes:
  - Ecuaciones que tienen las mismas soluciones.

- Equilátero:
  - Polígono que tiene sus tres lados congruentes. Ejemplos: triángulo equilátero, pentágono equilátero.
  
- Elemento:
  - Cada uno de los objetos pertenecientes a un conjunto.
  
- Elipse:
  - Lugar geométrico de todos los puntos del plano cuya suma de distancias a dos puntos dados es constante. Los puntos dados se denominan focos de la elipse.
  
- Endomorfismo:
  - Homomorfismo de una estructura en sí misma.
  
- Eneágono:
  - Polígono de nueve lados.
  
- Eneágono regular:
  - Polígono de nueve lados iguales.
  
- Épsilon ( $\varepsilon$ ):
  - Quinta letra del alfabeto griego.
  
- Equidistante:
  - Que está a la misma distancia.

- **Equivalente:**
  - Que tiene igual valor.
  
- **Error absoluto:**
  - Diferencia entre el valor exacto y el valor encontrado en una medida.
  
- **Error relativo:**
  - Cociente entre el error absoluto y la medida exacta.
  
- **Escalar:**
  - Magnitud que queda completamente determinada por un número real.
  
- **Escaleno (triángulo):**
  - Triángulo que tiene sus tres lados desiguales.
  
- **Escaleno (trapecio):**
  - Trapecio con un par de lados paralelos.
  
- **Esfera:**
  - Cuerpo limitado por una superficie cuyos puntos equidistan de otro interior llamado centro.

- Espacio muestral:
  - El conjunto de los posibles resultados de un experimento, su tamaño es  $n$  (minúscula).
  
- Euclídeo:
  - Que hace referencia a Euclides o se basa en sus principios matemáticos.
  
- Evento:
  - Un subconjunto del espacio de muestra.
  
- Eventos incompatibles:
  - Se refiere a dos sucesos que no pueden ocurrir al mismo tiempo, es decir, de intersección vacía.
  
- Eventos complementarios:
  - Dos eventos tales que solo uno es el posible. Por ejemplo, el evento “E ocurre” es el complemento del evento “E que no ocurre.”
  
- Eventos dependientes:
  - Eventos que no son independientes. El resultado de uno depende del resultado del otro.

- Eventos independientes:
  - Eventos para los cuales la probabilidad de ocurrencia de cualquier evento individual no se ve afectada por la ocurrencia o no ocurrencia de cualquiera de los demás eventos; para dos eventos independientes A y B,
$$P(A \text{ y } B) = P(A) \cdot P(B);$$
esta definición puede extenderse a cualquier número de eventos independientes.
  
- Eventos mutuamente excluyentes:
  - Dos eventos que no pueden ocurrir al mismo tiempo en una sola prueba; para dos eventos mutuamente excluyentes A y B,  $P(A \text{ y } B) = 0$ .
  
- Excéntricas:
  - Figuras cuyos centros no coinciden.
  
- Exponente:
  - Número que indica la potencia a la que hay que elevar una cantidad.
  
- Expresión algebraica:
  - Es un conjunto de cantidades numéricas y literales relacionadas entre sí por los signos de las operaciones aritméticas como sumas, diferencias, multiplicaciones, divisiones, potencias y extracción de raíces.

- Expresión racional:
  - Es una expresión de la forma

$$\frac{p(x)}{q(x)}$$

Donde  $p(x)$  y  $q(x)$  son polinomios y  $q(x) \neq 0$ . Al igual que en las fracciones numéricas, al polinomio  $p(x)$  se le llama el numerador y al polinomio  $q(x)$  se le llama el denominador.

- Extremos relativos:
  - Máximo y mínimo relativo de una función real.
- F:
  - Letra usada para designar una función.
- Factor:
  - Cada uno de los términos de una multiplicación.
- Factorial:
  - Producto obtenido al multiplicar un número positivo dado, por todos los enteros positivos inferiores a ese número hasta llegar a 1. Se simboliza por  $n!$ . Se define  $0! = 1$ .
- Finito:
  - Que tiene fin, término o límite.

- Fracción decimal:
  - Fracción que tiene por denominador una potencia positiva de 10.
- Fracción impropia:
  - Fracción mayor que uno; fracción cuyo numerador es mayor que el denominador.
- Fracción irreducible:
  - Fracción que no se puede simplificar más; el numerador y el denominador son relativamente primos.
- Fracción propia:
  - Aquella cuyo numerador es menor que el denominador; fracción menor que uno.
- Fracciones equivalentes:
  - Aquellas que tienen el mismo valor.
- Función:
  - Una relación entre dos variables en la cual el valor de la variable dependiente depende del valor de la variable control. Solo puede haber un valor de la variable dependiente para cada valor de la variable control.
- Función continua:
  - Una función  $f(x)$  es continua en  $x = x_0$  si y solo si:
    1. Existe  $\lim f(x) = L$  cuando  $x$  tiende a  $x_0$ .
    2. Existe  $f(x_0)$  tal que  $f(x_0) = L$ .

- **Función lineal:**
  - Se define una función lineal con dos variables como una expresión de la forma  $f(x, y) = ax + by + c$ . Su representación gráfica es una recta en el espacio.
- **Gamma ( $\gamma$ ):**
  - Tercera letra del alfabeto griego.
- **Geometría:**
  - Rama de las matemáticas que estudia las propiedades de las figuras y las relaciones entre los puntos, líneas, ángulos, superficies y cuerpos.
- **Geometría plana:**
  - Trata de las figuras que son conjunto de puntos que están situados en un plano. Ejemplo: punto, rectas, segmentos, rayos, polígonos, círculo, etc.
- **Geometría del espacio:**
  - Trata de las figuras cuyos elementos no están todos en el mismo plano.
- **Grado de un término algebraico:**
  - Es la suma de los exponentes de la parte literal de un término algebraico.
- **Hecta:**
  - Prefijo que significa cien (100).
- **Hectárea:**
  - Medida de superficie que equivale a 10,000 metros cuadrados.

- Hectógramo:
  - Medida de masa equivalente a 100 gramos.
- Hectólitro:
  - Medida de capacidad equivalente a 100 litros.
- Hectómetro:
  - Medida de longitud equivalente a 100 metros.
- Hemisferio:
  - Cada una de las dos partes de una esfera, limitadas por un círculo máximo.
- Heptaedro:
  - Poliedro de siete caras.
- Heptágono:
  - Polígono de siete lados.
- Heptágono regular:
  - Polígono de siete lados iguales.
- Hexa:
  - Prefijo que significa seis.
- Hexaedro:
  - Poliedro de 6 caras regulares, más conocido como cubo.

- Hexágono:
  - Polígono de seis lados.
  
- Hexágono regular:
  - Polígono convexo de seis lados congruentes. Sus ángulos interiores son congruentes y miden  $120^\circ$  cada uno.
  
- Hexagrama:
  - Figura plana compuesta de dos triángulos equiláteros que se cortan entre sí, de modo que cada lado de uno es paralelo a un lado del otro y forman un hexágono.
  
- Hipérbola:
  - Lugar geométrico de los puntos del plano cuya diferencia de distancia a dos puntos fijos, llamados focos, es constante.
  
- Hipotenusa:
  - El mayor de los lados de un triángulo rectángulo y que es opuesto al ángulo recto.
  
- Hipótesis:
  - Enunciado o proposición que se toma como base de un razonamiento matemático.

- Homogéneo:
  - Compuesto o formado por elementos de igual naturaleza.
  
- $i$ :
  - Símbolo de la unidad imaginaria,  $i = \sqrt{-1}$
  
- Icosaedro:
  - Poliedro de veinte caras.
  
- Icosaedro regular:
  - Poliedro de veinte caras iguales que son triángulos equiláteros.
  
- Identidad:
  - Igualdad que se cumple para cualquier valor de la(s) variable(s) que contiene. Ejemplo,  $x + y = y + x$ .
  
- Incentro:
  - Punto en que se cortan las bisectrices interiores de un triángulo. Este punto es el centro de la circunferencia inscrita al triángulo.

- Incógnita:
  - Cantidad desconocida.
  
- Incompatible (Sistema):
  - Sistema de ecuaciones que no tiene ninguna solución común.
  
- Infinitesimal:
  - Cantidad infinitamente pequeña de límite cero.
  
- Inscrito (Ángulo):
  - Ángulo cuyo vértice está sobre una circunferencia y vale la mitad del arco que subtiende.
  
- Interpolación:
  - Método para encontrar valores de una sucesión entre otros dos conocidos.
  
- Intersección:
  - Elementos comunes a dos o más conjuntos.
  
- Intervalo o clase:
  - En Estadística, agrupación de datos o sucesos.

- Isomorfismo:
  - Correspondencia biunívoca entre dos conjuntos que conservan las operaciones. Toda aplicación biyectiva que cumpla que  $f(a*b) = f(a) * f(b)$  es un isomorfismo.
  
- Isósceles (Triángulo):
  - Triángulo que tiene dos de sus lados congruentes.
  
- Isósceles (Trapezio):
  - Trapecio que tiene sus lados no paralelos congruentes.
  
- Kilo:
  - Prefijo que significa mil.
  
- Kilogramo:
  - Unidad de masa que equivale a mil gramos.
  
- Kilolitro:
  - Medida de capacidad equivalente a mil litros.
  
- Kilómetro:
  - Medida de longitud que equivale a mil metros.
  
- Kilómetro cuadrado:
  - Unidad de superficie equivalente a la de un cuadrado de lado 1 kilómetro.

- Largo:
  - Longitud de una cosa.
  
- Lateral:
  - Relativo a los bordes de los polígonos o a las caras de los poliedros.
  
- Logaritmo:
  - El logaritmo de un número, respecto de otro llamado base, es el exponente a que hay que elevar la base para obtener dicho número.
  
- Lugar geométrico:
  - Conjunto de puntos que cumple con una determinada condición.
  
- Macro:
  - Prefijo que significa grande.
  
- Matriz:
  - Una organización de números en filas y columnas. El número de filas por el número de columnas resulta en la dimensión de la matriz.

- Matriz de coeficientes:
  - La matriz que representa los coeficientes de las variables cuando un sistema de ecuaciones lineales se escribe como una ecuación de matriz; en la siguiente ecuación, M es la matriz de coeficientes.

$$M \cdot X = C$$

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e \\ f \end{bmatrix}$$

- Matriz de constantes:
  - La matriz que representa las constantes cuando un sistema de ecuaciones lineales se escribe como una ecuación de matriz; en la siguiente ecuación, C es la matriz de constantes.
- Matriz identidad:
  - Matriz que, cuando se multiplica a la izquierda o a la derecha por otra, produce la misma matriz o transformación de identidad.

Por ejemplo, la matriz de identidad de 3 x 3 es:

$$I = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Algo parecido ocurre con el 1 en una multiplicación. Ejemplo:  $3 \times 1 = 3$      $1 \times 3 = 3$ , el número 1 es el elemento identidad, en algunos textos dice “elemento neutro”.

- Máximo común divisor:
  - El mayor número entero que es divisor de un conjunto de números enteros.
- Media aritmética:
  - Cociente entre la suma de los términos de una sucesión y el número de ellos. Lo conocemos regularmente con el nombre de promedio y su fórmula es:

$$x \equiv \frac{\sum x}{n}$$

- Media geométrica:
  - Cada uno de los medios de una proporción continua y es igual a la raíz cuadrada del producto de los extremos.
- Mediana (de un triángulo):
  - Segmentos que unen los puntos medios de los lados de un triángulo.
- Mediana (de un trapecio):
  - Segmento que une los puntos de los lados no paralelos del trapecio.

- Mediana (de un conjunto de datos):
  - Valor central una vez ordenados los datos ascendente o descendientemente. La posición de la mediana, de ser impar el número de datos es  $\frac{n+1}{2}$  y de ser par el número de los datos, la posición de la mediana es entre las posiciones  $\frac{n}{2}$  y  $\frac{n+2}{2}$  en cuyo caso se busca la media de los datos que están en esa posición.
- Mediatriz (de un triángulo):
  - Recta perpendicular, en el punto medio de un lado.
- Mega:
  - Prefijo que significa un millón.
- Megámetro:
  - Medida de longitud que equivale a 1.000 kilómetros.
- Mensurable:
  - Que se puede medir.
- Metría:
  - Sufijo que significa medida. Ejemplo: geometría ☐ geo: tierra y metría: medida.

- **Micra:**
  - Medida de longitud equivalente a la millonésima parte de un metro.
  
- **Micro:**
  - Prefijo que significa la millonésima parte de la unidad principal.
  
- **Mili:**
  - Prefijo que indica milésima parte.
  
- **Miligramo:**
  - Milésima parte de un gramo.
  
- **Milímetro:**
  - Milésima parte del metro.
  
- **Milla:**
  - Unidad de longitud equivalente a 1.609,347 metros.
  
- **Millón:**
  - Mil veces mil.
  
- **Mínimo común múltiplo:**
  - Es el menor de los múltiplos comunes a varios números.
  
- **Minuendo:**
  - Cantidad de la que se resta otra en una sustracción.

- **Miria:**
  - Prefijo que significa diez mil.
  
- **Mitad:**
  - Cada una de las dos partes iguales en que se divide un todo.
  
- **Mixto:**
  - Número compuesto de un entero y una fracción.
  
- **Moda:**
  - Medida de tendencia central correspondiente al término que más se repite. Término de mayor frecuencia, en algunos casos hay más de una moda. Por ejemplo: si dos números se repiten la misma cantidad mayor de veces, en este caso decimos que la muestra es bimodal.
  
- **Monomio:**
  - Expresión algebraica de un solo término. Ejemplo:  $7^a$ .
  
- **Muestreo:**
  - Estudia las relaciones existentes entre una población y muestras extraídas de la misma.
  
- **Muestra:**
  - Un subgrupo de la población con el que se lleva a cabo un estudio o experimento. Su tamaño es  $n$  (minúscula).
  
- **Muestra aleatoria simple:**
  - Se selecciona de modo que cada miembro de la población tenga la misma oportunidad de ser incluido en la muestra.

- Muestreo estratificado:
  - Requiere que una población se divida en porciones; cada porción es un estrato; para producir una muestra estratificada, se toman muestras aleatorias de cada estrato; no es necesario que estas muestras sean del mismo tamaño. Ejemplo: género masculino y femenino son dos estratos.
- Multiplicación:
  - Operación aritmética que consiste en sumar tantas veces un número como lo indica otro número. Ambos son los factores y el resultado es el producto.
- Múltiplo:
  - Cantidad aritmética o algebraica que es producto de otras dos que son divisores de ellas.
- IN:
  - Símbolo que designa al conjunto de los números naturales, o sea, el 1, 2, 3, 4, 5 ...
- Notación:
  - Representación, forma particular de representar una situación matemática, ya sea un número, una expresión, una operación, una figura ...
- Notación decimal:
  - Se refiere al valor numérico de una fracción. Por ejemplo:  $3/10 = 0.3$ .
- Notación desarrollada:
  - Escribir un número como la suma del valor de sus dígitos. Por ejemplo:  $6,895 = 6,000 + 800 + 90 + 5$ .
- Notación expandida:
  - Escribir un número de tal manera que se muestra el valor de cada dígito. Se muestra como la suma de cada dígito multiplicado por su valor de ubicación (unidades, decenas, centenas, etc.).

Por ejemplo:  $4,265 = 4 \times 1,000 + 2 \times 100 + 6 \times 10 + 5 \times 1$ .

- Notación exponencial:
  - Escribir un número como expresión de una multiplicación sucesiva como una potencia.
- Numerable:
  - Conjunto con el que se puede establecer una correspondencia biyectiva con el conjunto de los números naturales.
- Numerador:
  - Parte de una fracción que indica las partes que se toman de una partición.
- Número complejo:
  - Número de la forma  $a + ib$  con  $a$  y  $b$ , números reales e  $i^2 = -1$ . También pueden ser representados por pares ordenados  $(a, b)$  donde  $a$  y  $b$  son números reales. El elemento  $a$  recibe el nombre de parte real y  $b$  parte imaginaria.
- Número compuesto:
  - Número que no es primo (excepto el uno).
- Número de Fermat:
  - Todo número de la forma  $2^{2^n} + 1$ ; para cada  $n=1, 2, 3 \dots$
- Número factorial:
  - El producto de números consecutivos naturales

$$n! = (n) \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \dots \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$$

En esta expresión se define que  $0! = 1$  y que  $1! = 1$ .

- Número fraccionario:
  - Número que expresa una o varias partes de la unidad.
- Número imaginario:
  - Número que resulta de extraer la raíz cuadrada de un número negativo.
- Número impar:
  - Número que no es divisible exactamente por dos.
- Número mixto:
  - Número compuesto de entero y fracción.
- Número negativo:
  - Número menor que 0.
- Número ordinal:
  - El que expresa idea de orden o sucesión.
- Número par:
  - Número divisible exactamente por dos. Residuo cero.
- Número perfecto:
  - Número entero y positivo igual a la suma de sus divisores positivos, excluido él mismo.

- **Números pitagóricos:**
  - Ternas de números enteros positivos tales que el cuadrado de uno de ellos es igual a la suma de los cuadrados de los otros dos. Si las longitudes de los dos lados de un triángulo son enteras y pitagóricas, el triángulo es rectángulo.
- **Número positivo:**
  - Número mayor que 0.
- **Número primo:**
  - El que solo es exactamente divisible por sí mismo y por uno. Los primeros son: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19 ...
- **Número racional:**
  - Un número racional que puede ser escrito como un cociente de dos enteros  $a$ ,  $b \neq 0$ .
- **Número real:**
  - Cualquier número racional o irracional.
- **Número trascendente:**
  - Número que no es raíz de ninguna ecuación algebraica con coeficientes racionales.
- **Número triangular:**
  - Número natural de la sucesión  $n_0 = 1, n_1 \dots n_r \dots$ , en la que  $n_r = n_{r-1} + r + 1 \dots$ . El número  $n_r$  es el de los puntos marcados en un esquema geométrico formado con triángulos.
- **Oblicuángulo:**
  - Triángulo que no tiene ningún ángulo recto.

- **Obtusángulo:**
  - Triángulo que tiene un ángulo obtuso.
- **Octógono:**
  - Polígono de ocho lados.
- **Octante:**
  - Cada una de las ocho partes iguales en que se puede dividir un círculo.
- **Octavo:**
  - Cada una de las ocho partes que se puede dividir un todo o una unidad.
- **Operación binaria:**
  - Operación que se realiza con dos elementos al mismo tiempo.
- **Ordenada:**
  - Segundo componente del par ordenado  $(x, y)$  que determina un punto del plano en un sistema de coordenadas cartesianas.
- **Origen:**
  - Punto de intersección de los ejes de un sistema de coordenadas cartesianas.
- **Ortocentro:**
  - Punto del triángulo donde se cortan las alturas. Este punto es el centro de la circunferencia circunscrita al triángulo.
- **Ortoedro:**
  - Paralelepípedo cuyas bases son rectángulos y sus aristas laterales perpendiculares a las básicas.

- **Ortogonal:**
  - Lo que está en ángulo recto.
- **Par:**
  - Todo número entero múltiplo de 2. Se representa por  $2n$ .
- **Parábola:**
  - Lugar geométrico de todos los puntos del plano que equidistan, a la vez, de un punto dado y de una recta dada. El punto dado es el foco y la recta dada, la directriz de la parábola. Gráfica que resulta de una ecuación cuadrada  $y = ax^2 + bx + c$ .
- **Paradoja:**
  - Razonamiento que parece demostrar que es cierto algo que evidentemente es falso.
- **Paralelepípedo:**
  - Prisma cuyas bases son paralelogramos.
- **Paralelogramos:**
  - Cuadriláteros cuyos lados opuestos son paralelos. Además, todos los paralelogramos verifican las siguientes propiedades: los lados opuestos tienen la misma longitud, los ángulos opuestos son congruentes y las diagonales se cortan en su punto medio.
- **Paralogismo:**
  - Razonamiento incorrecto.
- **Paréntesis:**
  - Signo  $()$  en el que quedan encerradas ciertas operaciones y que indica el orden en que deben efectuarse.

- **Parte:**
  - Porción determinada de un todo.
  
- **Partición:**
  - Una partición del intervalo  $[a, b]$  es una colección de intervalos contenidos en  $[a, b]$ , disjuntos dos a dos y cuya unión es  $[a, b]$ .
  
- **Penta:**
  - Prefijo griego que significa cinco.
  
- **Pentadecágono:**
  - Polígono de 15 lados.
  
- **Pentadecágono regular:**
  - Polígono de 15 lados iguales. Cada ángulo interior mide  $156^\circ$ .
  
- **Pentágono:**
  - Polígono de 5 lados.
  
- **Pentágono regular:**
  - Polígono de 5 lados iguales. Cada ángulo interior mide  $108^\circ$ .
  
- **Perímetro:**
  - Longitud de una curva cerrada.

- **Perímetro de un polígono:**
  - Corresponde a la suma de las longitudes de sus lados.
- **Perpendicular:**
  - Dos figuras, como por ejemplo, rectas, segmentos, rayos, planos, que se intersecan formando ángulos rectos.
- **Pi:**
  - Número irracional que corresponde a la razón entre la longitud de la circunferencia y su diámetro.

$$\pi = \frac{C}{d}$$

Este número tiene esta aproximación  $\pi \approx 3.14159$  a cinco cifras después del punto, pero la aproximación más común es 3.14.

- **Pirámide:**
  - Cuerpo geométrico que tiene como base un polígono cualquiera y como caras laterales triángulos con un vértice común.
- **Pirámide truncada:**
  - Porción de pirámide comprendida entre la base y un plano paralelo a ella.
- **Plano cartesiano:**
  - Está formado por dos rectas numéricas perpendiculares, una horizontal y otra vertical que se cortan en un punto. La recta horizontal es llamada **eje de las abscisas** o de las equis (x), y la vertical, **eje de las ordenadas** o de las yes, (y); el punto donde se cortan recibe el nombre de **origen**. El **plano cartesiano** tiene como finalidad describir la posición de puntos, los cuales se

representan por sus **coordenadas o pares ordenados**.

- Planos paralelos:
  - Planos que no tienen ningún punto en común.
- Población:
  - Grupo de todos los objetos, personas u observaciones sobre los que se debe recolectar información. Su tamaño se expresa con la **N** mayúscula.
- Poliedro:
  - Sólido limitado por polígonos llamados caras.
- Poliedro regular:
  - Poliedro cuyas caras son polígonos regulares.
- Polígono:
  - Figura plana limitada por una línea poligonal cerrada.
- Polígono circunscrito:
  - Un polígono está circunscrito a una circunferencia cuando sus lados son tangentes a la misma.
- Polígono convexo:
  - Polígono cuyos ángulos interiores son todos menores o iguales a  $180^\circ$ .
- Polígono equiangular:
  - Polígono que tiene todos sus ángulos interiores iguales.

- Polígono equilátero:
  - Polígono que tiene todos sus lados iguales.
- Polígono inscrito:
  - Un polígono está inscrito en una circunferencia cuando todos sus vértices son puntos de la circunferencia.
- Polígono circunscrito:
  - Todos los lados del polígono son tangentes a una circunferencia.
- Polígono regular:
  - Polígono que tiene de igual medida sus lados y congruentes sus ángulos.
- Polígonos semejantes:
  - Dos polígonos son semejantes si tienen ángulos iguales y sus lados correspondientes proporcionales.
- Polinomio:
  - (en una sola variable): Expresión algebraica con la forma general
$$a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \dots a_1 x^1 + a_0$$
donde  $n$  es un número entero y los coeficientes  $a_i$  son números reales para  $i = 0, 1, 2, \dots, n$ .
- Porcentaje:
  - Es una forma de expresar un número como una fracción de 100.
- Postulado:
  - Principio que se admite sin demostración.

- **Potencia:**
  - Producto de un número, llamado base, por sí mismo,  $n$  veces.
- **Primo:**
  - Número divisible solo por sí mismo y por la unidad 1. Los primeros naturales son: 2, 3, 5, 7, 11...
- **Primos entre sí (relativamente primos):**
  - Números cuyo único divisor es el 1.
- **Prisma:**
  - Poliedro limitado por varios paralelogramos y por dos polígonos iguales cuyos planos son paralelos.
- **Probabilidad:**
  - La razón del número favorable de resultados al número total de resultados.
- **Probabilidad condicional:**
  - Es la probabilidad de que un evento suceda dado que un evento inicial ya ha ocurrido; la probabilidad de que el evento B suceda dado que el evento A ya ha ocurrido, se representa como  $P(B|A)$ .
- **Probabilidad experimental:**
  - (de un evento): La razón entre la cantidad de veces que un evento ocurre y la cantidad total de pruebas.
- **Probabilidad teórica:**
  - (de un evento): La razón entre el número de resultados en un evento y el número total de resultados en el espacio de muestra, donde cada resultado en el espacio de muestra tiene la misma probabilidad de ocurrir; puede escribirse como  $P(E)$ .

- Proporción:
  - Es la igualdad de dos razones.
- Proporcionalidad inversa:
  - Dos cantidades son inversamente proporcionales si al multiplicar una, la otra disminuye en el mismo factor.
- Punto medio:
  - En matemática, es el punto que se encuentra a la misma distancia de cualquiera de los extremos de un segmento y divide al mismo en dos partes iguales. En ese caso, el punto medio es único y equidista de los extremos del segmento. Por cumplir esta última condición, pertenece a la **mediatriz** del segmento.
- Formula de punto medio:
  - Si  $A(x_1, y_1)$  y  $B(x_2, y_2)$  son dos puntos en el plano cartesiano. Entonces el punto medio del segmento AB se define por:

$$M = \left( \frac{x_1 + x_2}{2} + \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$$

- Q:
  - Símbolo con el que se representa el conjunto de los números racionales.
- Quintal:
  - Medida de peso que equivale a 100 kg.
- Quinto:
  - Cada una de las partes que resultan al dividir un todo o unidad en cinco partes iguales.

- **Quíntuplo:**
  - Cinco veces una cantidad.
- **Racionalizar:**
  - Operación que consiste en eliminar la raíz del denominador.
- **Radián:**
  - Unidad de medida de ángulos que equivale a un ángulo que con el vértice en el centro de la circunferencia subtiende un arco de longitud igual al radio de esta circunferencia.
- **Radicación:**
  - Operación inversa a la potenciación que consiste en encontrar la base de una potencia, dados el resultado de ella y su exponente.
- **Radical:**
  - Símbolo que indica la operación de extraer raíz.
- **Radio (de una circunferencia):**
  - Segmento que une el centro con un punto cualquiera de la circunferencia.
- **Radio (de una esfera):**
  - Segmento que une el centro de la esfera con un punto cualquiera de la superficie esférica.
- **Raíz (de una ecuación):**
  - Solución de una ecuación.
- **Raíz cuadrada:**
  - Expresión radical de índice dos.

- Raíz cúbica:
  - Expresión radical de índice tres.  $\sqrt[3]{x}$
- Rango:
  - En Estadística es la diferencia entre el mayor y el menor de los datos ordenados.
- Razón:
  - Comparación entre dos cantidades.
- Razón de cambio:
  - Se refiere a la medida en la cual una variable se modifica con relación a otra. Se trata de la magnitud que compara dos variables a partir de sus unidades de cambio.
- Recíproco:
  - Corresponde al valor inverso de un número, de manera tal que al efectuar el producto entre ambos resulta 1.
- Recta:
  - Es la representación gráfica de una función de primer grado. Toda función de la forma  $y = ax + b$  de  $\mathbb{R}$  en  $\mathbb{R}$  representa una línea recta en el plano cartesiano. En la Geometría, la recta es un conjunto infinito de puntos colineales.
- Rectas paralelas:
  - Rectas, en un mismo plano, que no tienen puntos en común, rectas contenidas en el mismo plano y no se intersecan.

- Rectas perpendiculares:
  - Rectas que al cortarse forman un ángulo de  $90^\circ$ . (Eliminar palabra línea y colocarla bajo la R).
  
- Rectángulo (triángulo):
  - Triángulo que tiene un ángulo recto. En este se aplica el Teorema de Pitágoras.
  
- Rectángulo (cuadrilátero):
  - Paralelogramo con lados opuestos iguales y sus cuatro ángulos congruentes.
  
- Rectángulo (trapecio):
  - Trapecio que tiene un lado perpendicular a las bases.
  
- Recursión:
  - Proceso de usar una fórmula recursiva.
  
- Reflexión (en una línea):
  - Transformación que empareja cada punto de la línea con sí mismo y cada punto de la preimagen con un punto correspondiente de la imagen, de manera que la línea de reflexión sea la bisectriz perpendicular del segmento que conecta cada punto en la preimagen con su imagen; una reflexión en una línea  $m$  se representa como  $r_m$ .
  
- Reflexiva:
  - Propiedad de las relaciones binarias que indica que todo elemento está relacionado consigo mismo.

- Región:
  - Parte del espacio.
  
- Relación:
  - Una *relación* es una regla de correspondencia que a cada elemento de un conjunto A le asigna elementos en un conjunto B. Es un conjunto de pares ordenados.
  
- Revolución:
  - Rotación alrededor de un eje de cualquier figura.
  
- Rombo:
  - Paralelogramo de cuatro lados y dos pares de ángulos congruentes.
  
- Romboide:
  - Paralelogramo que tiene dos lados opuestos iguales y dos pares de ángulos opuestos congruentes.
  
- Rotación:
  - Giro alrededor de un eje.
  
- Sagita:
  - Perpendicular del arco a su cuerda en el punto medio.

- **Secante:**
  - Recta que intercepta a la circunferencia en dos puntos no coincidentes. Toda secante determina una cuerda. En textos anteriores se refiere a la recta transversal.
  
- **Sección:**
  - Figura que resulta de la intersección de una superficie con un sólido.
  
- **Sección cónica:**
  - Sección que se origina al cortar con un plano un cono circular recto. Surgen de este corte las famosas cónicas: el círculo, la elipse, la parábola y la hipérbola.
  
- **Sector circular:**
  - Región limitada por dos radios y el arco subtendido por ellos.
  
- **Segmento:**
  - Porción de recta limitada por dos puntos.
  
- **Segmento circular:**
  - Región limitada por una cuerda y el arco determinado por ella.
  
- **Segundo:**
  - Unidad de tiempo que equivale a la  $1/60$  parte de un minuto.

- Semana:
  - Período de tiempo de siete días.
  
- Semejantes (Figuras):
  - Figuras cuyos ángulos correspondientes son congruentes y sus segmentos correspondientes proporcionales.
  
- Semejantes (Términos):
  - Términos que tienen el mismo factor literal. Por ejemplo:  $5ab$  y  $-7ab$ .
  
- Semestre:
  - Período de seis meses.
  
- Semi:
  - Prefijo que significa mitad.
  
- Seno (de un ángulo):
  - Razón entre el cateto opuesto al ángulo y la hipotenusa en un triángulo rectángulo. En el círculo unitario, es el valor  $y$  de las coordenadas del punto en la circunferencia que coincide con el ángulo o el radian al que le buscamos el seno.
  
- Serie:
  - Suma de una sucesión ordenada de términos.

- Serie aritmética:
  - Serie cuyos términos forman una progresión aritmética.
  
- Serie convergente:
  - Serie que tiene un límite definido.
  
- Serie divergente:
  - Serie que no tiene un límite definido.
  
- Serie geométrica:
  - Serie cuyos términos forman una progresión geométrica.
  
- Sexagesimal:
  - Que tiene por base el número 60.
  
- Sexagésimo:
  - Cada una de las 60 partes iguales en que se puede dividir un todo.
  
- Sexto:
  - Cada una de las seis partes iguales en que se puede dividir un todo.
  
- Séxtuplo:
  - Seis veces una cantidad.

- Siglo:
  - Período de tiempo correspondiente a cien años.
  
- Sigma:
  - Letra griega correspondiente a nuestra S, la mayúscula ( $\Sigma$ ) se utiliza para denotar una sumatoria y la minúscula ( $\sigma$ ) se utiliza como variable de una desviación estándar.
  
- Símbolo:
  - Representación convencional de un número, cantidad, relación, operación, etc.
  
- Simetría:
  - Cuando un polígono se puede doblar resultando dos mitades exactamente iguales, el polígono tiene simetría. La línea de doblar se llama línea de simetría.
  
- Simetría axial:
  - Es la simetría con respecto a un eje o recta.
  
- Simetría radial:
  - Simetría con respecto al centro de un círculo.
  
- Simplificar:
  - Es transformar una fracción en otra equivalente cuyos términos son menores que la fracción original.

- Sistema de Numeración:
  - Conjunto de normas que se utilizan para escribir y expresar cualquier número.
  
- Sucesión:
  - Conjunto de números dispuestos en un orden definido y que siguen una determinada ley de formación.
  
- Sucesión aritmética:
  - Sucesión de números reales tal que la diferencia entre cada término y su precedente es una diferencia constante; a esta diferencia "d" se la denomina razón de la progresión, tal como: 2, 5, 8, 11, 14 ...
  
- Sucesiones convergentes:
  - Son las que tienen límite.
  
- Sucesión geométrica:
  - Sucesión de números reales tal que cada término se obtiene multiplicando su precedente por un valor constante "r", denominado razón de la progresión. Por ejemplo 3, 6, 12, 24, 48 ....
  
- Suceso:
  - Es una de las conclusiones posibles de un experimento aleatorio.
  
- Sucesos Independientes:
  - Dos sucesos son independientes si el resultado de uno no afecta el resultado del otro.

- Sumatoria:

- Proceso consecutivo de sumas. Generalmente, se escribe así  $\sum x$ , pero

$$\sum_{i=1}^n x_n = x_1 + x_2 + \dots + x_n$$

con sus indicadores se escribe así:

se usan generalmente  $i$  y  $j$  como subscritos. Ejemplo:  $\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m x_{ij}$  donde  $x_{ij}$  es un elemento de una matriz. . Pueden existir dobles sumatorias, en cuyo caso

- Tangente:

- Recta que interseca a la circunferencia en un solo punto, llamado punto de tangencia. Es perpendicular al radio que pasa por ese punto.

- Teorema de Pitágoras:

- En un triángulo rectángulo, el cuadrado de la longitud del lado más largo (la hipotenusa) es igual a la suma de los cuadrados de las longitudes de los demás lados (los catetos).  $c^2 = a^2 + b^2$ .

- Término algebraico:

- Expresiones que contienen números y variables (letras).

- Términos semejantes:

- Parte literal en forma idéntica.

- **Teselado:**
  - Un patrón de formas repetidas que cubre un plano entero sin espacios ni traslapes.
  
- **Transversal:**
  - Recta que interseca a otras dos rectas coplanarias en dos puntos diferentes. En otros textos se refieren a esta como secante.
  
- **Trapecios:**
  - Cuadrilátero irregular que tiene paralelos en solamente dos de sus lados.
  
- **Trapezio isósceles:**
  - Cuadrilátero con dos lados paralelos y con los otros no paralelos congruentes. Tiene dos pares de ángulos congruentes y dos pares de ángulos suplementarios.
  
- **Trapezoides:**
  - Cuadrilátero irregular que no tiene ningún lado paralelo a otro.
  
- **Triángulo acutángulo:**
  - Triángulo que tiene sus tres ángulos agudos.
  
- **Triángulos semejantes:**
  - Dos triángulos son semejantes si tienen sus ángulos correspondientes congruentes y lados correspondientes proporcionales.
  
- **Trinomio:**
  - Expresión algebraica de tres términos.

- Valor absoluto:
  - Valor positivo de una cifra, independiente del lugar que ocupe o del signo que vaya precedida. Existe también, el **opuesto del valor absoluto**, en cuyo caso es un valor siempre negativo.
  
- Valor relativo:
  - Valor que depende de la posición que dicha cifra ocupa en el número.
  
- Variable:
  - Un símbolo, usualmente una letra, que representa un número.

## GLOSARIO PEDAGÓGICO BÁSICO

---

- **Actitud:**
  - Actitud es una predisposición que tiene el individuo para hacer algo. Los componentes básicos de una actitud son tres: cognitivos, afectivos y de comportamiento o conducta. Un conjunto de actitudes constituyen un valor. Las actitudes se desarrollan en el aula por técnicas metodológicas y conductas prácticas.
  
- **Actividad:**
  - Cada una de las experiencias educativas a las que el estudiante será expuesto para lograr los objetivos de la lección ofrecida.
  
- **Aprendizaje auténtico:**
  - Se refiere al aprendizaje significativo en el cual el (la) estudiante es responsable de su tarea y el (la) maestro(a) es un(a) colaborador(a) en vez de un mero transmisor del conocimiento. El alumno percibe y organiza sus experiencias de acuerdo con sus capacidades, valores e intereses como el agente activo responsable de su aprendizaje.
  
- **Aprendizaje constructivo:**
  - Significa que el alumno como aprendiz es constructor y la causa principal de su aprendizaje. Afecta a los métodos y formas de hacer en el salón de clase. Le surge el conflicto cognitivo al contraponer los nuevos conceptos con los conceptos y experiencias que el alumno posee. Es el aprendizaje por descubrimiento.
  
- **Aprendizaje significativo:**
  - Significa que el aprendiz solo aprende cuando encuentra sentido a lo que aprende. Condiciones para que lleve a cabo un aprendizaje significativo: (1) partir de los conceptos previos que el alumno posee, (2) partir de las experiencias que el alumno tiene y (3) relacionar adecuadamente entre sí los conceptos aprendidos.

- **Assessment:**
  - Proceso mediante el cual se recopila información a través de diversas actividades en la sala de clase con el propósito de dar seguimiento al aprendizaje y así poder mantener niveles óptimos de calidad durante el proceso de aprendizaje y enseñanza. Existen una gran variedad de técnicas de *assessment* documentadas tales como: el diario reflexivo, la lista focalizada, organizadores gráficos, mapas de conceptos, poemas concretos, poemas syntu y cinquain, tirilla cómica o caricaturas, respuesta escrita inmediata, portafolios, preguntas abiertas, la observación, dinámicas de grupo, debates, trabajos de creación y pruebas de ejecución. Las hojas de cotejo y las rúbricas son instrumentos que se utilizan para evaluar los trabajos realizados. El *assessment* y la medición establecen la base de la evaluación.
  
- **Capacidad:**
  - Habilidad general que utiliza o puede utilizar un aprendiz para aprender, cuyo componente fundamental es cognitivo. Conjunto de destrezas, las cuales pueden clasificar en: cognitivas, psicomotoras, de comunicación y de inserción social.
  
- **Competencias:**
  - La totalidad de los conocimientos, destrezas y actitudes que pueda demostrar una persona en un nivel requerido en una determinada área o materia de estudio.
  
- **Concepto:**
  - Los conceptos, así como los esquemas y las reglas forman parte de la estructura cognoscitiva del ser humano. Son ideas generalizadas de experiencias particulares y relevantes al individuo. También se describen como regularidades en eventos u objetos designados por algún símbolo o signo; visión individual o mental de algo.
  
- **Constructivismo:**
  - Es la teoría basada en el enfoque cognitivo que concibe el aprendizaje como un proceso que resulta de una interacción con el medio ambiente o circunstancias en la cual la persona asimila nuevas experiencias y las integra a sus experiencias previas. La persona percibe y organiza sus experiencias de acuerdo con sus capacidades, valores e intereses como el agente activo responsable de su aprendizaje.

- **Contenido:**
  - Está representado por los temas y conceptos por unidad de estudio. Los contenidos curriculares deben estar orientados al desarrollo de conocimientos, destrezas y actitudes por nivel en los alumnos. Cada uno de los marcos curriculares de los programas contiene el contenido del curso. Con esta guía cada maestro puede atemperar dicho contenido a las necesidades particulares de sus estudiantes y así lograr un aprendizaje auténtico y por ende significativo.
  
- **Criterios:**
  - Son los indicadores a partir de los cuales basamos tanto la medición como el *assessment* para realizar la evaluación. Son los requisitos necesarios para llevar a cabo unas tareas que, como puntos de referencia más específicos, nos sirven para darles más precisión y así poder cualificar y cuantificar las ejecutorias de los estudiantes en el proceso de enseñanza y aprendizaje.
  
- **Currículo:**
  - Programa de estudio que orientado en unos fundamentos filosóficos, sociológicos y psicológicos organiza el contenido o material en forma sistemática para facilitar unas experiencias de enseñanza y aprendizaje hacia el logro de unas metas u objetivos.
  
- **Destreza de aprendizaje:**
  - Habilidad específica que utiliza o puede utilizar un aprendiz para aprender, cuyo componente fundamental es cognitivo. Un conjunto de destrezas constituyen una capacidad.
  
- **Diseño curricular:**
  - Es una descripción gráfica que en forma delineada y bosquejada presenta los diferentes componentes y elementos de un programa educativo. Los componentes del currículo son: la filosofía educativa, las metas y objetivos, el contenido del curso, actividades de enseñanza y aprendizaje, recursos a utilizarse y la evaluación.

- Estándares:
  - Indicadores de calidad que, como puntos de referencia, se utilizan para valorar y juzgar las ejecutorias de los estudiantes en el proceso de enseñanza y aprendizaje.
- Estrategias instruccionales:
  - Son todas aquellas técnicas y métodos de enseñanza que selecciona el maestro para exponer a los estudiantes con la intención de que reciba, internalice, modifique y evalúe las experiencias de aprendizaje a las cuales se confronta. Las estrategias contestan la pregunta: ¿cómo lo voy a hacer?
- Expectativa:
  - Un enunciado que describe lo que se pretende que los estudiantes sean capaces de hacer al finalizar cada año escolar.
- Evaluación:
  - Es un proceso sistemático y continuo que integra todas las experiencias de enseñanza y aprendizaje para determinar el nivel o grado de efectividad en que los alumnos alcanzan los objetivos propuestos en un programa educativo. La evaluación hace uso de la medición y del *assessment* para llevar a cabo su función.
- Evaluación diagnóstica:
  - Se lleva a cabo al **inicio de un curso** y usualmente se realiza mediante la administración de una o más pruebas.
  - Su propósito es determinar fortalezas y debilidades de los estudiantes y así poder ubicarlos por niveles.

Al interpretar los resultados los maestros podrán determinar si los estudiantes están preparados para las destrezas del grado o si tiene que reenseñar.

- Evaluación formativa:
  - Se lleva a cabo **durante el curso** con el propósito de dar seguimiento a la labor académica de los estudiantes y así poder determinar los logros alcanzados durante el proceso de enseñanza y aprendizaje.
  - Para lograr este tipo de evaluación se deben utilizar todos los medios y actividades tales: pruebas parciales, proyectos, informes escritos y orales, asignaciones y de *assessment*, entre otras.
  
- Evaluación sumativa:
  - Se da **al finalizar el curso**, ya que es la suma total de los resultados obtenidos a través de todos los medios y actividades de evaluación llevados a cabo durante el curso.
  - No es la prueba o examen final.
  - Si el maestro da una prueba final o comprensiva, esta viene a ser parte de la evaluación sumativa.
  - Con la evaluación sumativa se determina la nota o calificación final del estudiante.
  - Los resultados de la evaluación sumativa se utilizan con fines administrativos para justificar propuestas y como fuente de información para demostrar la calidad del aprendizaje en competencias nacionales e internacionales.
  
- Indicador (objetivo) de ejecución:
  - Una aseveración que describe los resultados deseados. Constituye el próximo nivel de efectividad luego de las expectativas de grado.
  
- Integración de la tecnología:
  - Estrategia de enseñanza en la cual se utilizan diferentes medios audiovisuales (ejemplos: cine, radio, televisión, cámaras, vídeo y la computadora) como herramientas para fortalecer el proceso de aprendizaje de los estudiantes.

- Investigación en acción:
  - Representa un proceso de autorreflexión e indagación sistemática del maestro sobre su propia práctica, con el propósito de establecer un plan de acción para mejorarla, en función del escenario mismo donde ejerce. Es un aspecto esencial en la importante tarea de adecuar el currículo a la realidad y necesidad de los estudiantes. De esta manera, el salón de clases constituye el principal campo de investigación, donde los maestros(a) pueden formular y comprobar sus hipótesis curriculares conjuntamente con sus estudiantes.
  
- Lección:
  - Es la clase que se planifica diariamente. Debe estar planificada en todas sus partes, de manera que se puedan lograr los objetivos establecidos. Un modelo genérico de planificación de una lección o clase debe contener las siguientes partes: fecha, curso, maestro(a), unidad, tema, conceptos, estándares, objetivos instruccionales, actividades (inicio, desarrollo y cierre), estrategias educativas, técnicas, recursos, evaluación.
  
- Mapa conceptual:
  - El mapa conceptual es un recurso esquemático usado para representar un conjunto de conceptos y sus relaciones, de una manera gráfica que facilita la organización y la comunicación. Se puede utilizar para representar la comprensión del estudiante sobre un contenido curricular específico. La relación entre los conceptos se establece mediante el uso de palabras conectoras.
  
- Mapa curricular:
  - Un mapa curricular es un manuscrito en el cual se cuenta la historia del currículo operacional. Con este mapa en mano los (las) maestros(as) u otro personal se convierten en editores al revisarlo y validarlo a la luz del contexto real de un escenario particular.

- **Medición:**
  - Es el proceso mediante el cual se asignan números a los atributos o características de objetos o eventos de acuerdo con unos criterios o indicadores claramente establecidos. La medición sirve de base o fundamento tanto del *assessment* como de la evaluación.
  
- **Método:**
  - Es el modo ordenado de proceder para lograr el aprendizaje de los estudiantes. Cada área académica tiene su propia metodología, la cual está descrita en los marcos curriculares de cada programa de estudio del DE.
  
- **Objetivos instruccionales:**
  - Aseveración que expresa la intención o propósito que se persigue a través de las actividades de enseñanza que lleva a cabo el (la) maestro(a).
  
- **Los objetivos contestan la pregunta: ¿qué se espera que el estudiante logre?**
  - Se les llama objetivos operacionales cuando especifican la ejecución o comportamiento que los estudiantes han de demostrar como resultado del proceso de enseñanza y aprendizaje.
  - Dentro de los objetivos instruccionales podemos encontrar dos tipos de objetivos: los terminales y los capacitantes. El alcanzar un objetivo terminal dependerá siempre del logro de los objetivos capacitantes.
  - El objetivo terminal es el que describe en términos observables los comportamientos totales identificados en los propósitos o las metas del tópico bajo estudio. Conocidos como generales.

Los **objetivos capacitantes** son los que permiten el logro de los objetivos terminales, ya que describen conductas específicas o pasos a realizarse para lograr los objetivos terminales. Conocidos como específicos.

- **Proceso:**
  - Es el camino para desarrollar una destreza. Un conjunto de procesos constituye una estrategia de aprendizaje. Es un componente dinámico y activo. Los procesos de enseñanza son particulares de cada materia de estudio. En el caso de ciencias los procesos son: observación, clasificación, comunicación, medición, uso de relaciones de espacio y tiempo, formulación de inferencias, predicción, interpretación de datos, formulación de definiciones operacionales, formulación de hipótesis, formulación de modelos y experimentación.
  
- **Proceso de enseñanza y aprendizaje:**
  - Es el proceso en el cual se consideran todas aquellas estrategias necesarias para lograr el aprendizaje del estudiante. En este proceso se considera la manera como el estudiante aprende, de forma que el maestro pueda seleccionar las estrategias más efectivas para lograr un aprendizaje auténtico.
  
- **Recursos:**
  - Conjunto de todos los medios que el (la) maestro(a) tenga disponible y planifique utilizar para llevar a cabo el proceso de enseñanza. Aquí se incluyen medios educativos como: libro, papel, marcadores, cartulinas, películas, CD, uso de procesador de palabras, opúsculos, *power point*, *software* e invitados especiales (conferenciantes). Equipos como: proyector con VCR o DVD, computadora, impresora, pizarra, calculadoras, proyector vertical o vídeo data, entre otros.
  
- **Técnicas instruccionales:**
  - Instrumento específico utilizado para enseñar la lección y así lograr los objetivos capacitantes. Algunas técnicas de *assessment* que a su vez son excelentes para explorar, conceptuar y evaluar el aprendizaje de los estudiantes son: lista focalizada, organizadores gráficos, mapas de conceptos, poemas concretos, tirillas cómicas.

## SÍMBOLOS MATEMÁTICOS

+	A dición	=	Igual
$h$	Altura	$\rightarrow$	Implica
$\angle$	Ángulo	$\infty$	Infinito
$F'(x)$	Antiderivada de $f(x)$	$\int f(x)$	Integral, de $f(x)$
$A$	Área	$\cap$	Intersección
$l$	Arista, lado	$\lim_{x \rightarrow a}$	Límite cuando $x$ tiende a $a$
$b$	Base	$\lim_{x \rightarrow a^+}$	Límite cuando $x$ tiende a $a$ por la derecha
$r$	Coefficiente de correlación lineal	$\lim_{x \rightarrow a^-}$	Límite cuando $x$ tiende a $a$ por la izquierda
$C$	Combinación	$\log_{10}$	Logaritmo base 10
$\sim A, \bar{A}$	Complemento de $A$	$\mathbb{N}$	Logaritmo natural
$\circ$	Composición de funciones	$\pm$	Más, menos
$\mathbb{C}$	Conjunto de números complejos	$A^{-1}$	Matriz inversa
$\mathbb{Z}$	Conjunto de números enteros	$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$	Matriz $2 \times 2$
$\mathbb{Z}^-$	Conjunto de números enteros negativos	$Adj(A)$	Matriz Adjunta
$\mathbb{Z}^+$	Conjunto de números enteros positivos	$A^T$	Matriz Traspuesta
$\mathbb{N}$	Conjunto de números naturales	$I_n$	Matriz unidad
$\mathbb{Q}$	Conjunto de números racionales	$MCD$	Máximo común divisor
$\mathbb{R}$	Conjunto de números reales	$\geq$	Mayor o igual...
$\emptyset$	Conjunto vacío	$>$	Mayor que...
$k$	Constante	$\bar{x}$	Media aritmética
$\cos x$	Coseno	$M_g$	Mediana
$\cot x$	Cotangente	$\leq$	Menor o igual que...
$f', \frac{d}{dx}$	Derivada, respecto a $x$	$<$	Menor que...
$s$	Desviación estándar	$mcm$	Mínimo común múltiplo
$DM$	Desviación media	$M_a$	Moda
$det$	Determinante	$\ z\ , \ \vec{v}\ $	Módulo
$dx$	Diferencial de $x$	$\times$	Multiplicación o producto
$d$	Distancia	$\mathcal{N}$	n-ésimo
$\neq$	Distinto	$\nexists$	No existe
$Dom$	Domnio	$\notin$	No incluido en...
$a_{ij}$	Elemento de una matriz	$\notin$	No pertenece a...
$\exists$	Existe	$e$	Número e
$!$	Factorial	$\pi$	Número pi
$f(x)$	Función	$\forall$	Para cualquier
$f^{-1}(x)$	Función inversa	$\parallel$	Paralela a
$\equiv$	Idéntico	$\mathcal{M}$	Pendiente
$P$	Permutaciones	$A \cup$	Alpha

$P(x)$	Polinomio en x
$P$	Probabilidad del suceso A
$P(A B)$	Probabilidad condicionada
$P(x, y, z)$	Punto en el espacio
$P(x, y)$	Punto en el plano
$\sqrt{x}$	Raíz cuadrada
$\sqrt[n]{x}$	Raíz n-ésima
$\overrightarrow{AB}$	Rayo
$\overleftrightarrow{AB}$	Recta
-	Resta
$\sec(x)$	Secante
$\overline{AB}$	Segmento
$\sin(x)$	Seno
$\Leftrightarrow$	Si y solo si
+	Suma
$S_n$	Suma de n términos
$\Sigma$	Sumatoria
$S$	Superficie
$S_b$	Superficie de la base
$S_l$	Superficie lateral
$\tan(x)$	Tangente
%	Tanto por ciento
$a_n$	Término n-ésimo
$i$	Unidad imaginaria
U	Unión de conjuntos
$ x $	Valor absoluto
$VR$	Variaciones
$\vec{v}$	Vector
$V$	Volumen

$\text{B } \beta$	Beta
$\Gamma \gamma$	Gamma
$\Delta \delta$	Delta
$\text{E } \varepsilon$	Epsilon
$\text{Z } \zeta$	Zeta
$\text{H } \eta$	Eta
$\Theta \theta$	Theta
$\text{I } \iota$	Oita
$\text{K } \kappa$	Kappa
$\Lambda \lambda$	Lambda
$\text{M } \mu$	Mu
$\text{N } \nu$	Nu
$\Xi \xi$	Xi
$\text{O } \omicron$	Omicron
$\Pi \pi$	Pi
$\text{P } \rho$	Rho
$\Sigma \sigma \varsigma$	Sigma
$\text{T } \tau$	Tau
$\Upsilon \upsilon$	Upsilon
$\Phi \phi$	Phi
$\Chi \chi$	Chi
$\Psi \psi$	Psi
$\Omega \omega$	Omega
$\approx$	semejante
$\cong$	congruente

## FÓRMULAS

---

- BINOMIO DE NEWTON

$$(a + b)^n = \binom{n}{0}a^n + \binom{n}{1}a^{n-1}b + \binom{n}{2}a^{n-2}b^2 + \dots + \binom{n}{n-1}ab^{n-1} + \binom{n}{n}b^n$$

- Forma abreviada del Binomio de Newton

$$(a + b)^n = \sum_{k=0}^{n-k} \binom{n}{k} a^{n-k} b^k$$

$$(x + y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$$

$$(x - y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$$

$$(x + y)^3 = x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$$

$$(x - y)^3 = x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3$$

$$(x + y)^4 = x^4 + 4x^3y + 6x^2y^2 + 4xy^3 + y^4$$

$$(x - y)^4 = x^4 - 4x^3y + 6x^2y^2 - 4xy^3 + y^4$$

$$(x + y)^n = x^n + nx^{n-1}y + \frac{n(n-1)}{2!}x^{n-2}y^2 + \dots + nxy^{n-1} + y^n$$

$$(x - y)^n = x^n - nx^{n-1}y + \frac{n(n-1)}{2!}x^{n-2}y^2 - \dots \pm nxy^{n-1} \mp y^n$$

- COMBINATORIA

***Combinatoria con repetición***

$$CR_{m,n} = \frac{(m+n-1)!}{n!(m-1)!}$$

***Permutaciones con repetición***

$$PR_n^{a,b,c,\dots} = \frac{n!}{a!b!c!}$$

***Variaciones con repetición***

$$VR_{m,n} = m^n$$

***Combinatorias ordinarias o sin repetición***

$$C_{m,n} = \frac{m!}{n!(m-n)!}$$

***Permutaciones ordinarias o sin repetición***

$$P_n = n!$$

***Permutaciones ordinarias o sin repetición***

$$V_{m,n} = \frac{m!}{(m-n)!}$$

- COMPLEJOS

Número complejo en forma rectangular:  $a + bi$ , donde  $i = \sqrt{-1}$

Número complejo en forma polar:  $r_\alpha$ ,  $(r, \alpha)$

Conjugado de un número complejo:  $a + bi \rightarrow a - bi$

Opuesto de un número complejo:  $a + bi \rightarrow -a - bi$

- Operaciones en forma rectangular

Suma:  $(a + bi) + (c + di) = (a + c) + (b + d)i$

Diferencia:  $(a + bi) - (c + di) = (a - c) + (b - d)i$

Producto:  $(a + bi)(c + di) = ac + adi + cbi + bdi^2 = ac + adi + cbi - bd$   
 $= (ac - bd) + (ad + cb)i$ , donde  $i^2 = -1$

Potencia:  $(a + bi)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} a^{n-k} b^k i^k$   
 $= (a + b)(a + b) \cdots (a + b)$ , no veces

- Operaciones en forma polar

División:  $\frac{r_\alpha}{r_\beta} = R_\gamma$ , donde  $R = \frac{r}{p}$ , y  $\gamma = \beta - \alpha$

Potencia:  $(r_\alpha)^n = R$ , donde  $R = r^n$  y  $\gamma = n\alpha$

Producto:  $r_\alpha r_\beta = R$ , donde  $R = rp$  y  $\gamma = \alpha + \beta$

- Transformación de un número complejo

<i>Forma rectangular a forma polar</i>	<i>Forma polar a forma rectangular</i>	
Módulo: $m = \sqrt{a^2 + b^2}$	Parte real: $a = r \cos \alpha$	
Argumento: $\tan \alpha = \frac{b}{a}$	Parte imaginaria: $b = r \sin \alpha$	

- CÓNICAS

*Elipse:*  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ;  $\frac{(x-x_0)^2}{a^2} + \frac{(y-y_0)^2}{b^2} = 1$

*Hipérbola:*  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ;  $\frac{(x-x_0)^2}{a^2} - \frac{(y-y_0)^2}{b^2} = 1$

- Circunferencia

*Ecuación general:*  $x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0$

*Ecuación canónica:*  $x^2 + y^2 = R^2$

*Ecuación con centro*  $C(a, b)$  y radio  $R$ ,  $(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$

- Cuadrática

*Las soluciones de  $p(x) = ax^2 + bx + c$ , para  $a \neq 0$ , es  $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$*

*Si  $b^2 - 4ac > 0$ , entonces  $p(x)$  tiene dos soluciones reales diferentes.*

*Si  $b^2 - 4ac = 0$ , entonces  $p(x)$  tiene una solución única.*

*Si  $b^2 - 4ac < 0$ , entonces  $p(x)$  tiene dos soluciones complejas, no reales.*

- Derivadas

<b>Función</b>	<b>Derivada</b>
$y = f(x)$	$y' = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$
$y = a$ a es una constante	$y' = 0$
$y = \sqrt[n]{f}$	$y' = \frac{f'}{n \cdot \sqrt[n]{f^{n-1}}}$
$y = f \cdot g$	$y' = f' \cdot g + g' \cdot f$
$y = \frac{f}{g}$	$y' = \frac{f' \cdot g - g' \cdot f}{g^2}$
$y = a \cdot x^n$	$y' = n \cdot a \cdot x^{n-1}$
$y = (f)^n$	$y' = n \cdot (f)^{n-1} \cdot f'$
$y = \ln(x)$	$y' = \frac{1}{x}$
$y = \ln(f)$	$y' = \frac{f'}{f}$
$y = \log_a(x)$	$y' = \frac{1}{x} \cdot \log_a(e)$
$y = \log_a(f)$	$y' = \frac{f'}{f} \cdot \log_a(e)$
$y = a^x$	$y' = a^x \cdot \ln(a)$
$y = a^f$	$y' = f' \cdot a^f \cdot \ln(a)$
$y = e^x$	$y' = e^x$
$y = e^f$	$y' = f' \cdot e^f$
$y = \text{sen } x$	$y' = \text{cos } x$
$y = \text{sen}(f)$	$y' = f' \cdot \text{cos}(f)$
$y = \text{sen}^n(f)$	$y' = n \cdot \text{sen}^{n-1}(f) \cdot f' \cdot \text{cos}(f)$

Función	Derivada
$y = \cos x$	$y' = -\operatorname{sen} x$
$y = \cos(f)$	$y' = -f' \cdot \operatorname{sen}(f)$
$y = \cos^n(f)$	$y' = -n \cdot \cos^{n-1}(f) \cdot f' \cdot \operatorname{sen}(f)$
$y = \tan x$	$y' = \sec^2 x = \frac{1}{\cos^2 x} = 1 + \operatorname{tg}^2 x$
$y = \tan(f)$	$y' = f' \sec^2 f = \frac{f'}{\cos^2(f)} = f' \cdot [1 + \operatorname{tg}^2(f)]$
$y = \tan^n(f)$	$y' = n \cdot \operatorname{tg}^{n-1}(f) \cdot \frac{f'}{\cos^2(f)}$
$y = \cot gx$	$y' = \frac{-1}{\operatorname{sen}^2 x} = -(\operatorname{ctg}^2 x)$
$y = \cot g(f)$	$y' = \frac{-f'}{\operatorname{sen}^2(f)}$
$y = \cot g^n(f)$	$y' = -n \cdot \operatorname{cotg}^{n-1}(f) \cdot \frac{f'}{\operatorname{sen}^2(f)}$
$y = \sec x$	$y' = \sec x \cdot \operatorname{tg} x$
$y = \sec(f)$	$y' = f' \cdot \sec(f) \cdot \operatorname{tg}(f)$
$y = \csc x$	$y' = -\operatorname{cosec} x \cdot \operatorname{cotg} x$
$y = \csc(f)$	$y' = -f' \cdot \operatorname{cosec}(f) \cdot \operatorname{cotg}(f)$
$y = \operatorname{arcsen} x$	$y' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$y = \operatorname{arcsen}(f)$	$y' = \frac{f'}{\sqrt{1-(f)^2}}$
$y = \operatorname{arccos} x$	$y' = \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$
$y = \operatorname{arccos}(f)$	$y' = \frac{-f'}{\sqrt{1-(f)^2}}$
$y = \operatorname{arctan} x$	$y' = \frac{1}{1+x^2}$
$y = \operatorname{arctan}(f)$	$y' = \frac{f'}{1+(f)^2}$
$y = \operatorname{arc} \cot gx$	$y' = \frac{-1}{1+x^2}$
$y = \operatorname{arc} \cot g(f)$	$y' = \frac{-f'}{1+(f)^2}$
$y = \operatorname{arc} \sec x$	$y' = \frac{1}{ x  \cdot \sqrt{x^2-1}}$
$y = \operatorname{arc} \sec(f)$	$y' = \frac{f'}{ f  \cdot \sqrt{(f)^2-1}}$

<b>Función</b>	<b>Derivada</b>
$y = \operatorname{arccsc} x$	$y' = \frac{-1}{ x  \cdot \sqrt{x^2 - 1}}$
$y = \operatorname{arccsc}(f)$	$y' = \frac{-f'}{ f  \cdot \sqrt{(f)^2 - 1}}$

- Estadística
- Estadística unidimensional Medidas de tendencia central

$$\text{Media aritmética: } \bar{x} = \frac{x_1 n_1 + x_2 n_2 + \dots + x_n n_n}{n_1 + n_2 + \dots + n_n} = \frac{\sum x_i n_i}{N}$$

$$\bar{x} = \sum x_i f$$

$$\text{Mediana: } M_e = L_i + c \frac{\frac{N}{2} - N_{i-1}}{n_i}$$

$$\text{Moda: } M_o = L_i + c \frac{d}{d^- + d^+}$$

- Medidas de dispersión

*Rango:*  $V_M - V_m$ , donde  $V_M$  es el valor mayor y  $V_m$  es el valor menor

*Desviación media:*  $DM = \frac{\sum |x_i - \bar{x}| n_i}{N}$

*Varianza:*  $S^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{N}$  ○  $S^2 = \frac{\sum n_i x_i^2}{N} - (\bar{x})^2$

*Desviación estándar:*  $s = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{N}}$  ○  $s = \sqrt{\frac{\sum n_i x_i^2}{N} - (\bar{x})^2}$

*Coefficiente de variación de Pearson:*  $CV = \frac{s}{\bar{x}} 100$

- Estadística bidimensional

*Coefficiente de correlación:*  $r = \frac{s_w}{s_x - s_y}$

*Covarianza:*  $S_{xy} = \frac{\sum n_i (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{N}$  ○  $S_{xy} = \frac{\sum n_i x_i y_i}{N} - \bar{x} \bar{y}$

*Recta de regresión:*  $y - \bar{y} = a(x - \bar{x})$ , donde  $a = \frac{S_{xy}}{S_x^2}$

- Distribución binomial

*Función densidad:*  $f(x) = \binom{n}{k} p^k q^{n-k}$

*Función de distribución:*  $F(k) = \sum_{k=0}^k \binom{n}{k} p^k q^{n-k}$

- Distribución normal

*Función de densidad:*  $f(x_i) = \frac{1}{s\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x_i - \bar{x}}{s}\right)^2}$

*Tipificación:*  $N(\bar{x}, s) \rightarrow N(1, 0): Z = \frac{x_i - \bar{x}}{s}$

*Intervalos normales:*

$$[\bar{x} - s, \bar{x} + s] \rightarrow p = 0.682$$

$$[\bar{x} - 2s, \bar{x} + 2s] \rightarrow p = 0.954$$

$$[\bar{x} - 3s, \bar{x} + 3s] \rightarrow p = 0.997$$

• Figuras del plano

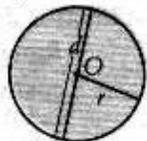
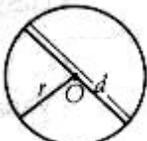
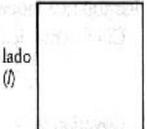
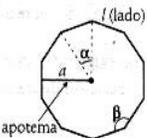
Figura	Definición	Fórmulas	Ilustración
círculo	Área o superficie plana contenida dentro de una circunferencia.	Diámetro: $d = 2r$ Perímetro: $P = 2\pi r$ Área: $A = \pi r^2$	
circunferencia	Curva plana, cerrada, cuyos puntos son equidistantes de otro, el centro, situado en el mismo plano.	Diámetro: $d = 2r$ Longitud: $L = 2\pi r$	
corona circular	Figura plana formada por la región del plano comprendida entre dos circunferencias concéntricas.	Área: $A = \pi(R^2 - r^2)$	
cuadrado	Cuadrilátero regular formada por cuatro lados de igual longitud y por cuatro ángulos rectos.	Ángulo central: $\beta = 90^\circ$ Ángulo interior: $\alpha = 90^\circ$ Perímetro: $P = 4l$ Área: $A = l^2$ Suma de los ángulos interiores: $S_n = 360^\circ$	
decágono	Polígono que tiene diez lados y diez ángulos	Ángulo central: $\beta = 36^\circ$ Ángulo interior: $\alpha = 144^\circ$ Perímetro: $P = 5al$ Área: $A = 10l$	

Figura	Definición	Fórmulas	Ilustración
dodecágono	Polígono que tiene doce ángulos y doce lados.	Suma de los ángulos interiores: $S_n = 1440^\circ$ Ángulo central: $\beta = 30^\circ$ Ángulo interior: $\alpha = 150^\circ$ Perímetro: $P = 6al$ Área: $A = 12l$ Suma de los ángulos interiores: $S_n = 1800^\circ$	
heptágono	Polígono de siete ángulos y siete lados	Ángulo central: $\beta = \frac{360^\circ}{7} = 51.43^\circ$ Ángulo interior: $\alpha = \frac{900^\circ}{7} = 128.57^\circ$ Perímetro: $P = \frac{7al}{2}$ Área: $A = 7l$ Suma de los ángulos interiores: $S_n = 900^\circ$	
hexágono	Polígono de seis ángulos y seis lados	Ángulo central: $\beta = 60^\circ$ Ángulo interior: $\alpha = 120^\circ$ Perímetro: $P = 3al$ Área: $A = 6l$ Suma de los ángulos interiores: $S_n = 720^\circ$	
octágono	Polígono de ocho ángulos y ocho lados	Ángulo central: $\beta = 45^\circ$ Ángulo interior: $\alpha = 135^\circ$ Perímetro: $P = 4al$ Área: $A = 8l$ Suma de los ángulos interiores: $S_n = 1080^\circ$	

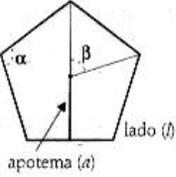
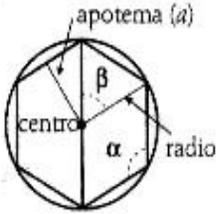
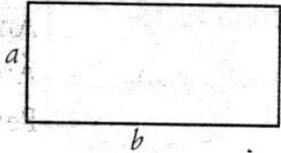
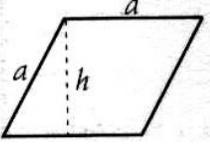
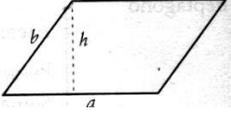
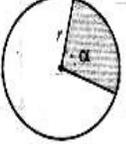
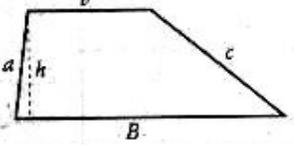
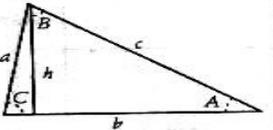
<p>pentágono</p>	<p>Polígono de cinco ángulos y cinco lados</p>	<p>Ángulo central:                  Ángulo interior:                  Perímetro:                  Área:                  Suma de los ángulos interiores:</p>	
<p>polígono regular</p>	<p>Polígono cuyos ángulos y lados tienen la misma medida.</p>	<p>Ángulo central:  <math>\beta = \frac{360^\circ}{n} = 51.43^\circ</math>                  Ángulo interior: <math>\alpha = \frac{180(n-2)^\circ}{n}</math>                  Perímetro: <math>P = nl</math>                  Radio: <math>r = \sqrt{a^2 + \frac{l^2}{4}}</math>                  Suma de los ángulos interiores: <math>S_n = 180^\circ(n - 2)</math></p>	
<p>rectángulo</p>	<p>Que tiene ángulos rectos.                   Paralelogramo que tiene los cuatro ángulos rectos.</p>	<p>Perímetro: <math>P = 2(a + b)</math>                  Área: <math>A = ab</math></p>	

Figura	Definición	Fórmulas	Ilustración
rombo	Paralelogramo que tiene los lados iguales y dos de sus ángulos mayores que los otros dos.	Perímetro: $P = 4a$ Área: $A = ah$	
romboide	Cuadrilátero en el que los lados opuestos son paralelos entre sí.	Perímetro: $P = 2(a + b)$ Área: $A = ab$	
sector circular	Porción de círculo comprendida entre un arco y los dos radios que pasan por sus extremidades.	Área: $A = \frac{\pi r^2 \alpha}{360}$ ( $\alpha$ es grados) $A = \frac{ar^2}{2}$ ( $\alpha$ en radianes)	
trapecio	Cuadrilátero irregular que tiene paralelos solamente dos de sus lados.	Perímetro: $P = a + B + b + c$ Área: $A = \frac{(B+b)h}{2}$	
triángulo	Polígono de tres lados	Perímetro: $P = a + b + c$ Área: $A = \frac{bh}{2}$ $A = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ $A = \frac{1}{2}absenC$	

- Figuras del espacio

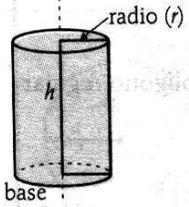
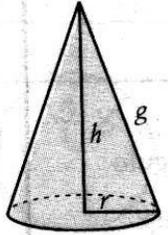
Figura	Definición	Fórmulas	Ilustración
cilindro	Cuerpo limitado por una superficie cilíndrica cerrada y dos planos que la cortan.	<p>Área lateral:  <math>A_l = 2\pi rh</math></p> <p>Área de base:  <math>A_b = \pi r^2</math></p> <p>Área total:  <math>A_t = 2\pi r(h + r)</math></p> <p>Volumen:  <math>V = \pi r^2 h</math></p>	
cono recto	Cuerpo de revolución que se obtiene de la rotación de un triángulo rectángulo alrededor de uno de sus catetos (el que determina el eje)	<p>Área lateral:  <math>A_l = \pi rg</math></p> <p>Área de base:  <math>A_b = \pi r^2</math></p> <p>Área total:  <math>A_t = \pi rg + \pi r^2</math>  <math>A_t = \pi r(g + r)</math></p> <p>Volumen:  <math>V = \frac{1}{3}\pi r^2 h</math></p>	

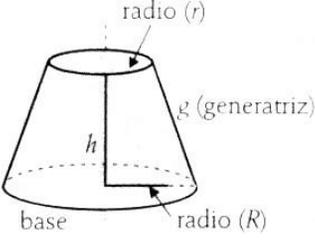
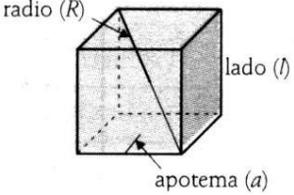
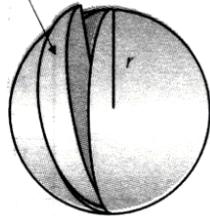
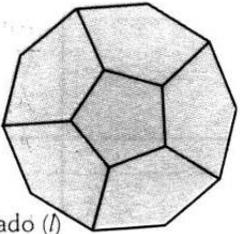
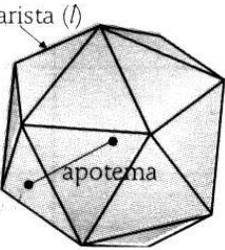
Figura	Definición	Fórmulas	Ilustración
cono truncado	Parte de un cono comprendida entre la base y otro plano que corta todas sus generatrices.	<p><b>Área lateral:</b>  <math>A_l = \pi g(R + r)</math></p> <p><b>Área de base:</b> <math>A_b = \pi R^2 + \pi r^2</math></p> <p><b>Área total:</b>  <math>A_t = \pi g(R + r) + \pi R^2 + \pi r^2</math>  <math>A_t = \pi[g(R + r) + R^2]</math></p> <p><b>Volumen:</b>  <math>V = \frac{1}{3} \frac{\pi h}{R-r} (R^3 - r^3)</math>  <math>V = \pi h(R^2 + Rh + h^2)</math></p>	
cubo o hexaedro	Sólido regular limitado por seis cuadrados iguales.	<p><b>Radio:</b> <math>R = l \frac{\sqrt{3}}{2}</math></p> <p><b>Apotema:</b> <math>a = \frac{l}{2}</math></p> <p><b>Área:</b> <math>A = 6l^2</math></p> <p><b>Volumen:</b> <math>V = l^3</math></p>	

Figura	Definición	Fórmulas	Ilustración
cuña esférica	Parte de un esfera limitada por su superficie y por dos semicírculos máximos que comparten el mismo diámetro.	<p>Área:</p> $A = \frac{4\pi r^2 \alpha}{360^\circ} \text{ si } \alpha \text{ en grados}$ $A = 2r^2 \alpha \text{ si } \alpha \text{ en radianes}$ <p>Volumen:</p> $V = \frac{\pi r^3 \alpha}{270^\circ} \text{ si } \alpha \text{ en grados}$ $V = \frac{2r^3 \alpha}{3} \text{ si } \alpha \text{ en radianes}$	<p>cuña esférica</p> 
dodecaedro	Sólido de doce caras. Aquel cuyas caras son pentágonos regulares.	<p>Radio: <math>R = \frac{l\sqrt{6}}{2\sqrt{3-\sqrt{5}}}</math></p> <p>Apotema: <math>a = \frac{l\sqrt{25+11\sqrt{5}}}{\sqrt{40}}</math></p> <p>Área: <math>A = 3l^2\sqrt{25 + \sqrt{10}\sqrt{5}}</math></p> <p>Volumen: <math>V = \frac{5l^3}{6} \frac{\sqrt{7+3\sqrt{5}}}{\sqrt{2}}</math></p>	 <p>lado (<i>l</i>)</p>
icosaedro	Sólido limitado por 20 caras. Aquel cuyas caras son todos triángulos equiláteros iguales.	<p>Radio: <math>R = \frac{l\sqrt{10+2\sqrt{5}}}{4}</math></p> <p>Apotema: <math>a = \frac{l}{2} = \sqrt{\frac{7+3\sqrt{5}}{6}}</math></p> <p>Área: <math>A = 3l^2\sqrt{25 + \sqrt{10}\sqrt{5}}</math></p> <p>Área: <math>V = 5l^2\sqrt{3}</math></p> <p>Volumen: <math>V = \frac{5l^3}{6} \sqrt{\frac{7+3\sqrt{5}}{2}}</math></p>	 <p>arista (<i>l</i>)</p> <p>apotema</p>

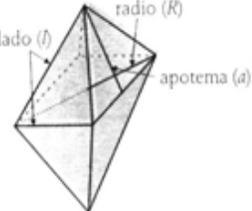
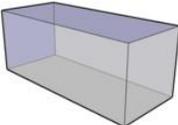
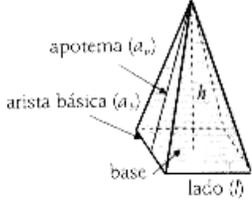
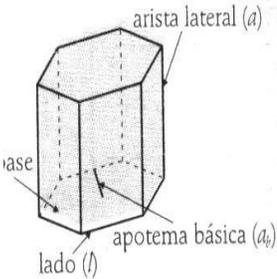
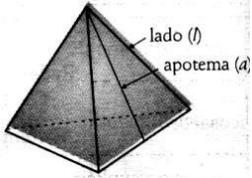
octaedro	Poliedro de ocho caras o planos.	Radio: $R = \frac{\sqrt{2}}{2} l$ Apotema: $a = \frac{\sqrt{6}}{6} l$ Área: $A = 2l\sqrt{3}$ Volumen: $V = \frac{\sqrt{2}}{3} l^3$	
ortoedro	Paralelepípedo cuyas caras forman ángulos diedros rectos.	Área: $A = 2(ab + bc + ac)$ Volumen: $V = abc$	
pirámide	Sólido que tiene por base un polígono cualquiera y cuyas caras, tantas en número como los lados de aquel son triángulos que se juntan en un solo punto llamado vértice.	Área lateral: $A_l = n \frac{(a_p)l}{2}$ , n es el número de lados de la base Área total: $A_t = n \frac{(a_p + a_b)l}{2}$ Volumen: $V = \frac{1}{3} A_{base} h$	

Figura	Definición	Fórmulas	Ilustración
prisma	Cuerpo limitado por dos polígonos planos, paralelos e iguales que se llaman bases, y por tanto paralelogramos cuantos lados tenga cada base. Si estas son triángulos, el <b>prisma</b> se llama triangular; si pentágonos, pentagonal, etc.	<p>Área lateral: <math>A_l = nla</math>, <math>n</math> es el número de lados de la base</p> <p>Área total: <math>A_t = nl(a + a_b)</math></p> <p>Volumen: <math>V = nla_b a</math></p>	
tetraedro	<p>Sólido determinado por cuatro planos o caras.</p> <p><b>Regular</b> es aquel cuyas caras son triángulos equiláteros.</p>	<p>Radio: <math>R = \frac{l}{2\sqrt{3}}</math></p> <p>Apotema: <math>a = \frac{l}{2\sqrt{6}}</math></p> <p>Área: <math>A = a^2\sqrt{3}</math></p> <p>Volumen: <math>V = \frac{l^3\sqrt{2}}{12}</math></p>	

- Geometría Analítica

Ángulo plano-plano	$\cos \alpha = \frac{ \vec{n}_\pi \cdot \vec{n}_\omega }{ \vec{n}_\pi  \cdot  \vec{n}_\omega }$
Ángulo recta-recta	$\tan \alpha = \frac{m'}{1 + m \cdot m'}$ $\cos \alpha = \frac{ \vec{u} \cdot \vec{v} }{ u  \cdot  v }$
Ángulo vector-vector	$\cos \alpha = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{ \vec{u}  \cdot  \vec{v} }$
Distancia punto- punto	$dist(P_1, P_2) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ $dist(P_1, P_2) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$
Distancia punto- plano	$dist(P, \pi) = \frac{ ax_0 + by_0 + c }{\sqrt{a^2 + b^2}}$ $dist(P, \pi) = \frac{ ax_0 + by_0 + cz_0 + d }{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$
Punto medio de un segmento	$M = \left( \frac{x_0 - x_1}{2}, \frac{y_0 - y_1}{2} \right)$ $\left( \frac{x_0 - x_1}{2}, \frac{y_0 - y_1}{2}, \frac{z_0 - z_1}{2} \right)$

<i>Ecuación de una recta en el espacio</i>	
<i>Ecuación continua</i>	$\frac{x - x_0}{v_x}, \frac{y - y_0}{v_y}, \frac{z - z_0}{v_z}$
<i>Ecuaciones paramétricas</i>	$x = x_0 + \lambda v_x$ $y = y_0 + \lambda v_y$ $z = z_0 + \lambda v_z$
<i>Ecuación vectorial</i>	$(x, y, z) = x_0 + y_0 + z_0 + \lambda(v_x, v_y, v_z)$

<i>Ecuación de una recta en el plano</i>	
<i>Ecuación canónica</i>	$\frac{x}{l} + \frac{y}{p} = 1$
<i>Ecuaciones continuas</i>	$\frac{x - x_0}{v_x} = \frac{y - y_0}{v_y}$
<i>Ecuación explícita</i>	$y = ax + b$
<i>Ecuación implícita</i>	$Ax + By + C = 0$
<i>Ecuaciones paramétricas</i>	$\begin{cases} x = x_0 + \lambda(x_1 - x_0) \\ y = y_0 + \lambda(y_1 - y_0) \end{cases}$ $\circ$ $\begin{cases} x = x_0 + \lambda v_x \\ y = y_0 + \lambda v_y \end{cases}$
<i>Ecuación punto-pendiente</i>	$y - y_0 = m(x - x_0)$

Ecuación del plano (en el espacio)	
Ecuación implícita	$A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0)$ $\begin{vmatrix} u_x & v_x & x - x_0 \\ u_y & v_y & y - y_0 \\ u_z & v_z & z - z_0 \end{vmatrix} = 0$
Ecuaciones paramétricas	$\begin{cases} x = x_0 + \lambda u_x + \mu v_x \\ y = y_0 + \lambda u_y + \mu v_y \\ z = z_0 + \lambda u_z + \mu v_z \end{cases}$

- Integrales

$$\int a dx = a \int dx = ax + C.$$

$$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C, \quad \text{si } n \neq -1.$$

$$\int [f(x)]^n f'(x) dx = \frac{[f(x)]^{n+1}}{n+1} + C, \quad \text{si } n \neq -1.$$

$$\int \frac{f'(x)}{f(x)} dx = \ln [f(x)] + C.$$

$$\int e^x dx = e^x + C.$$

$$\int e^{f(x)} f'(x) dx = e^{f(x)} + C.$$

$$\int a^{f(x)} f'(x) dx = \frac{a^{f(x)}}{\ln a} + C, \quad \text{si } a > 0, \quad a \neq 1.$$

$$\int \operatorname{sen} x dx = -\cos x + C.$$

$$\int \operatorname{sen}[f(x)] f'(x) dx = -\cos [f(x)] + C.$$

$$\int \cos x dx = \operatorname{sen} x + C.$$

$$\int \cos[f(x)] f'(x) dx = \operatorname{sen}[f(x)] + C.$$

$$\int \frac{f'(x)}{\cos^2[f(x)]} dx = \tan[f(x)] + C.$$

$$\int \frac{f'(x)}{\operatorname{sen}^2[f(x)]} dx = -\cot g[f(x)] + C.$$

$$\int \frac{f'(x)}{\sqrt{1-[f(x)]^2}} dx = \operatorname{arcsen}[f(x)] + C.$$

$$\int \frac{-f'(x)}{\sqrt{1-[f(x)]^2}} dx = \operatorname{arccos}[f(x)] + C.$$

$$\int \frac{f'(x)}{1+[f(x)]^2} dx = \operatorname{arctan}[f(x)] + C.$$

$$\int \tan x dx = -\ln(\cos x) + C.$$

$$\int \cot gx dx = \ln(\operatorname{sen} x) + C.$$

$$\int \sec^2 x dx = \tan x + C.$$

$$\int \csc^2 x dx = -\cot gx + C.$$

$$\int \sec x \tan x dx = \sec x + C.$$

$$\int \cos ecx \cot gx dx = -\cos ecx + C.$$

$$\int \frac{\operatorname{sen} x}{\cos^2 x} dx = \sec x + C.$$

$$\int \frac{\cos x}{\operatorname{sen}^2 x} dx = -\cos ecx + C.$$

$$\int \frac{f'(x) dx}{\sqrt{[f(x)]^2 - a^2}} = \ln \left[ f(x) + \sqrt{[f(x)]^2 - a^2} \right] + C.$$

$$\int \frac{f'(x)dx}{\sqrt{[f(x)]^2 + a^2}} = \ln \left[ f(x) + \sqrt{[f(x)]^2 + a^2} \right] + C.$$

$$\int \frac{dx}{x\sqrt{x^2 - 1}} = \operatorname{arcsec} x + C.$$

$$\int \frac{f'(x)dx}{f(x)\sqrt{[f(x)]^2 - a^2}} = \frac{1}{a} \operatorname{arcsec} \frac{f(x)}{a} + C.$$

$$\int \frac{-dx}{x\sqrt{x^2 - 1}} = \operatorname{arccosec} x + C.$$

- Logaritmos

$$\log_a(MN) = \log_a M + \log_a N$$

$$\log_a \left( \frac{M}{N} \right) = \log_a M - \log_a N$$

$$\log_a M^r = r \log_a M$$

$$\log_a M = \frac{\log M}{\log a} = \frac{\ln M}{\ln a}$$

- Potencias

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$$

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$$

$$a^m \cdot b^m = (a \cdot b)^m$$

$$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$$

$$(a^n)^m = a^{nm}$$

$$a^1 = a$$

$$a^0 = 1, \text{ para } a \neq 0$$

- Probabilidad

*Teorema de Laplace:*  $P = \frac{\text{casos favorables}}{\text{casos posibles}}$

*Probabilidad de la Intersección*

*Eventos independientes:*  $p(A_i \cap B) = p(A_i)p(B)$

*Eventos dependientes:*  $P(A \cap B) = p(A)p\left(\frac{B}{A}\right)$

*Probabilidad condicionada:*  $p\left(\frac{B}{A}\right) = \frac{p(A \cap B)}{p(A)}$ , para  $P(A) \neq 0$

*Probabilidad de la unión:*

*Eventos incompatibles:*  $p(A \cup B) = p(A) + P(B)$

*Eventos compatibles:*  $p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$

Probabilidad del evento contrario:  $q = 1 - p$  y  $p$  y  $q$  las probabilidades de los eventos contrarios

Probabilidad total:  $P(B) = p(A_1)p\left(\frac{B}{A_1}\right) + p(A_2)p\left(\frac{B}{A_2}\right) + \cdots + p(A_n)p\left(\frac{B}{A_n}\right)$

Teorema de Bayes:  $p\left(\frac{A_i}{B}\right) = \frac{p(A_i) \cdot p\left(\frac{B}{A_i}\right)}{p(A_1)p\left(\frac{B}{A_1}\right) + \cdots + p(A_n)p\left(\frac{B}{A_n}\right)}$

- Radicales

$$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b}$$

$$\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$$

$$\left(\sqrt[n]{a^m}\right)^p = \sqrt[n]{a^{mp}}$$

$$\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[nm]{a}$$

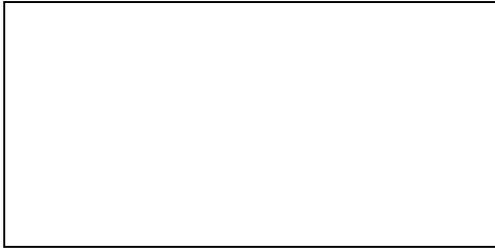
$$\sqrt[nk]{a^{mk}} = \sqrt[n]{a^m}$$

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$$

- Sucesiones

<b>Sucesión aritmética</b>
$a_n = a_1 + (n - 1)d$
$a_q = a_p + (q - p)d$
$S = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$
$d = \frac{b - a}{p + 1}$

<b>Sucesión aritmética</b>
$a_n = a_1 \cdot r^{n-1}$
$a_q = a_p \cdot r^{q-p}$
$P_n = \sqrt{(a_1 \cdot a_n)^n}$
$S = \frac{a_n \cdot r - a_1}{r - 1}$ $S = a_1 \frac{r^n - 1}{r - 1}$
$r = \sqrt[p+1]{\frac{b}{a}}$



<b>Sucesión geométrica limitada</b>
$S = \frac{a_1}{1 - r}$

- Trigonometría

$$\sin \theta = \frac{\textit{opuesto}}{\textit{hipotenusa}}$$

$$\csc \theta = \frac{\textit{hipotenusa}}{\textit{opuesto}}$$

$$\cos \theta = \frac{\textit{adyacente}}{\textit{hipotenusa}}$$

$$\sec \theta = \frac{\textit{hipotenusa}}{\textit{adyacente}}$$

$$\tan \theta = \frac{\textit{opuesto}}{\textit{adyacente}}$$

$$\cot \theta = \frac{\textit{adyacente}}{\textit{opuesto}}$$

$$\sin \theta = \frac{y}{r}$$

$$\csc \theta = \frac{r}{y}$$

$$\cos \theta = \frac{x}{r}$$

$$\sec \theta = \frac{r}{x}$$

$$\tan \theta = \frac{y}{x}$$

$$\cot \theta = \frac{x}{y}$$

- Razones trigonométricas

	$0^\circ$	$30^\circ$	$45^\circ$	$60^\circ$	$90^\circ$	$180^\circ$
$\sin \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0
$\cos \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1
$\tan \alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	$\infty$	0

- Identidades

$$\sin \theta = \frac{1}{\csc x}$$

$$\sec x = \frac{1}{\cos x}$$

$$\tan x = \frac{1}{\cot x}$$

$$\csc x = \frac{1}{\sin x}$$

$$\cos x = \frac{1}{\sec x}$$

$$\cot x = \frac{1}{\tan x}$$

$$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$$

$$\cot x = \frac{\cos x}{\sin x}$$

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

$$1 + \tan^2 x = \sec^2 x$$

$$1 + \cot^2 x = \csc^2 x$$

- Doble ángulo

$$\sin 2u = 2 \sin u \cos u$$

$$\cos 2u = \cos^2 u - \sin^2 u$$

$$\cos 2u = 2 \cos^2 u - 1$$

$$\cos 2u = 1 - 2 \sin^2 u$$

$$\tan 2u = \frac{2 \tan u}{1 - \tan^2 u}$$

- Potencia

$$\sin^2 u = \frac{1 - \cos 2u}{2}$$

$$\cos^2 u = \frac{1 + \cos 2u}{2}$$

$$\tan^2 u = \frac{1 - \cos 2u}{1 + \cos 2u}$$

- Producto a suma

$$\sin u \sin v = \frac{1}{2}[\cos(u - v) - \cos(u + v)]$$

$$\cos u \cos v = \frac{1}{2}[\cos(u - v) + \cos(u + v)]$$

$$\sin u \cos v = \frac{1}{2}[\sin(u + v) + \sin(u - v)]$$

$$\cos u \sin v = \frac{1}{2}[\sin(u + v) - \sin(u - v)]$$

- Suma y diferencia

$$\sin(u \pm v) = \sin u \cos v \pm \cos u \sin v$$

$$\cos(u \pm v) = \cos u \cos v \mp \sin u \sin v$$

$$\tan(u \pm v) = \frac{\tan u \pm \tan v}{1 \mp \tan u \tan v}$$

- Suma a producto

$$\sin u + \sin v = 2 \sin \left( \frac{u+v}{2} \right) \cos \left( \frac{u-v}{2} \right)$$

$$\sin u - \sin v = 2 \cos \left( \frac{u+v}{2} \right) \sin \left( \frac{u-v}{2} \right)$$

$$\cos u + \cos v = 2 \cos \left( \frac{u+v}{2} \right) \cos \left( \frac{u-v}{2} \right)$$

$$\cos u - \cos v = -2 \sin \left( \frac{u+v}{2} \right) \sin \left( \frac{u-v}{2} \right)$$

- Ley de Seno

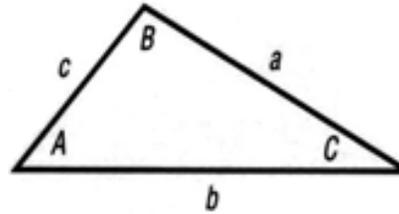
$$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$$

- Ley de Coseno

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$$



- Vectores

Módulo:  $|\vec{v}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$

Argumento:  $\alpha = \arctan\left(\frac{v_y}{v_x}\right)$

- Operaciones

Suma:  $\vec{u} + \vec{v} = (u_x, u_y) + (v_x, v_y) = (u_x + v_x, u_y + v_y)$

Resta:  $\vec{u} - \vec{v} = (u_x, u_y) - (v_x, v_y) = (u_x - v_x, u_y - v_y)$

Producto de un vector por un escalar:  $k \cdot \vec{v} = k \cdot (v_x, v_y) = (kv_x, kv_y)$

Producto escalar:  $\vec{u} \cdot \vec{v} = (u_x, u_y) \cdot (v_x, v_y) = (u_x \cdot v_x) + (u_y \cdot v_y)$   
 $\vec{u} \cdot \vec{v} = |\vec{u}||\vec{v}| \cos \alpha$

Producto cruz:  $\vec{u} \times \vec{v} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ u_x & u_y & u_z \\ v_x & v_y & v_z \end{vmatrix}$ , donde  $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$  constituyen la base

## POSTULADOS, TEOREMAS Y COROLARIOS

---

- **Postulado 1: Postulado de la regla-** Los puntos de una recta cualquiera pueden aparearse con números reales de modo que dados dos puntos cualesquiera P y Q en la recta, P corresponde a cero y Q corresponde a un número positivo.

- **Postulado 2: Postulado de la adición de segmentos-** Si Q está entre P y R, entonces

$$\overline{PQ} + \overline{QR} = \overline{PR} \quad \text{Si} \quad \overline{PQ} + \overline{QR} = \overline{PR} \quad . \text{Entonces Q está entre P y R.}$$

- **Postulado 3: Postulado del transportador-** Dado AB y un número r entre 0 y 180, hay exactamente un rayo con extremo A, extendiéndose sobre el lado AB, tal que la medida del ángulo formado es r.
- **Postulado 4: Postulado de la adición de ángulos-** Si R está en el interior del  $\angle PQS$ , entonces  $m\angle PQR + m\angle RQS = m\angle PQS$ . Si  $m\angle PQR + m\angle RQS = m\angle PQS$ , entonces R está en el interior de  $\angle PQS$ .
- **Teorema 1: Teorema del punto medio:** Si M es el punto medio de AB entonces  $AM = MB$ .
- **Postulado 4:** Por dos puntos pasa exactamente una recta.
- **Postulado 5:** Por cualesquiera tres puntos que no están en la misma recta, hay exactamente un plano.
- **Postulado 6:** Una recta contiene por lo menos dos puntos.

- **Postulado 7:** Un plano contiene por lo menos tres puntos, no todos en la misma recta.
- **Postulado 8:** Si dos puntos están en un plano, entonces la recta que los contiene también está en el plano.
- **Postulado 9:** Si dos planos se intersecan, su intersección es una recta.
- **Teorema 2:** La congruencia de segmentos es reflexiva, simétrica y transitiva.
- **Teorema 3: Teorema del suplemento-** Si dos ángulos forman un par lineal, entonces son suplementarios.
- **Teorema 4:** La congruencia de ángulos es reflexiva, simétrica y transitiva.
- **Teorema 5:** Los ángulos suplementarios del mismo ángulo o de ángulos congruentes son congruentes.
- **Teorema 6:** Los ángulos complementarios de un mismo ángulo o de ángulos congruentes son congruentes.
- **Teorema 7:** Todos los ángulos rectos son congruentes.
- **Teorema 8:** Los ángulos opuestos por el vértice son congruentes.
- **Teorema 9:** Las rectas perpendiculares se intersecan para formar cuatro ángulos rectos.

- **Postulado 10: Postulado de ángulos correspondientes-** Si dos rectas paralelas son cortadas por una transversal, entonces cada par de ángulos correspondientes es congruente.
- **Teorema 10: Teorema de ángulos alternos internos-** Si dos rectas paralelas son cortadas por una transversal, entonces cada par de ángulos alternos internos es congruente.
- **Teorema 11: Teorema de ángulos interiores consecutivos-** Si dos rectas paralelas son cortadas por una transversal, entonces cada par de ángulos consecutivos interiores es congruente.
- **Teorema 12: Teorema de ángulos alternos externos-** Si dos rectas paralelas son cortadas por una transversal, entonces cada par de ángulos alternos externos son congruentes entre sí.
- **Teorema 13: Teorema de la transversal perpendicular-** En un plano, si una recta es perpendicular a una de dos rectas paralelas, entonces es perpendicular a la otra.
- **Postulado 11:** Dos rectas no verticales tienen la misma pendiente si y solo si son paralelas.
- **Postulado 12:** Dos rectas no verticales son perpendiculares, si y solo si el producto de sus pendientes es  $-1$ .
- **Postulado 13:** Si dos rectas en un plano son cortadas por una transversal, entonces, de tal manera que sus ángulos correspondientes son congruentes, entonces las rectas son paralelas.

- **Postulado 14: Postulado de las paralelas-** Si hay una recta y un punto fuera de ella, entonces, existe exactamente una recta que pasa por el punto y es paralela a la recta dada.
- **Teorema 14:** Si dos rectas en un plano son cortadas por una transversal de tal manera que un par de ángulos alternos externos son congruentes, entonces las dos rectas son paralelas.
- **Teorema 15:** Si dos rectas en un plano son cortadas por una transversal de tal manera que un par de ángulos interiores consecutivos son suplementarios, entonces las rectas son paralelas.
- **Teorema 16:** Si dos rectas en un plano son cortadas por una transversal, de tal manera que un par de ángulos alternos internos son congruentes, entonces las dos rectas son paralelas.
- **Teorema 17:** En un plano, si una recta es perpendicular a las mismas rectas, entonces esas rectas son paralelas.
- **Teorema 18: Teorema de la suma de los ángulos-** La suma de los ángulos internos de un triángulo es 180.
- **Teorema 19: Teorema del tercer ángulo-** Si dos ángulos de un triángulo son congruentes a dos ángulos de un segundo triángulo, entonces el tercer ángulo de cada triángulo es congruente.
- **Teorema 20: Teorema del ángulo exterior-** La medida de un ángulo exterior de un triángulo es igual a la suma de las medidas de los ángulos interior o interiores no adyacentes.
- **Corolario 1:** Los ángulos agudos de un triángulo rectángulo son complementarios. **Corolario 2:** Puede existir a lo sumo un ángulo recto o un ángulo obtuso en un triángulo. **Teorema 21:** La congruencia de triángulos es reflexiva, simétrica y

transitiva.

- **Postulado 15: Postulado LLL-** Si los lados de un triángulo son congruentes con los lados de un segundo triángulo, entonces los triángulos son congruentes.
- **Postulado 16: Postulado LAL-** Si los lados y el ángulo incluido de un triángulo son congruentes a dos lados y al ángulo incluido de otro triángulo, entonces los triángulos son congruentes.
- **Postulado 17: Postulado ALA-** Si dos ángulos y el lado incluido de un triángulo son congruentes con dos ángulos y el lado incluido de otro triángulo, los triángulos son congruentes.
- **Teorema 22 AAL:** Si dos ángulos y el lado incluido de un triángulo son congruentes a los correspondientes dos ángulos y al lado de un segundo triángulo, los dos triángulos son congruentes.
- **Teorema 23, Teorema del triángulo isósceles-** Si dos lados de un triángulo son congruentes, entonces los ángulos opuestos a esos lados son congruentes.
- **Teorema 24:** Si dos ángulos de un triángulo son congruentes, entonces los lados opuestos a esos ángulos también son congruentes.
- **Corolario 3:** Un triángulo es equilátero si y solo si es equiángulo.
- **Corolario 4:** Cada ángulo de un triángulo equilátero mide 60 grados.

- **Teorema 25:** Cualquier punto sobre un bisector perpendicular de un segmento es equidistante de los puntos extremos del segmento.
- **Teorema 26:** Cualquier punto equidistante de los extremos de un segmento pertenece a la mediatriz o bisector perpendicular del segmento.
- **Teorema 27:** Cualquier punto sobre la bisectriz de un ángulo es equidistante de los lados del ángulo.
- **Teorema 28:** Cualquier punto sobre o en el interior de un ángulo y equidistante de los lados de un ángulo, está sobre la bisectriz del ángulo.
- **Teorema 29: LL-** Si los catetos de un triángulo rectángulo son congruentes con los correspondientes catetos de otro triángulo rectángulo, entonces los triángulos son congruentes.
- **Teorema 30: HA-** Si la hipotenusa y un ángulo agudo de un triángulo rectángulo son congruentes a la hipotenusa y al ángulo agudo correspondiente de otro triángulo rectángulo, entonces los dos triángulos son congruentes.
- **Teorema 31: CA-** Si los catetos y un ángulo agudo de un triángulo rectángulo son congruentes al correspondiente cateto y ángulo agudo de otro triángulo rectángulo, entonces los triángulos son congruentes.
- **Postulado 18: HC-** Si la hipotenusa y el cateto de un triángulo rectángulo son congruentes con la hipotenusa y el correspondiente cateto de otro triángulo rectángulo, entonces los triángulos son congruentes.

- **Teorema 32: Teorema de la desigualdad del ángulo exterior-** Si un ángulo es un ángulo exterior de un triángulo, entonces su medida es mayor que la medida de cualquiera de los correspondientes ángulos internos no adyacentes.
- **Teorema 33:** Si un lado de un triángulo es más largo que otro de sus lados, entonces el ángulo opuesto al lado más largo tiene una medida mayor que el ángulo opuesto al lado más corto.
- **Teorema 34:** Si un ángulo de un triángulo tiene una medida mayor que otro ángulo, entonces el lado opuesto al ángulo mayor es mayor que el lado opuesto al ángulo menor.
- **Teorema 35:** El segmento perpendicular desde un punto a una línea es el segmento más corto desde el punto hasta la línea.
- **Corolario 5:** El segmento perpendicular desde un punto a un plano es el segmento más corto desde el punto hasta el plano.
- **Teorema 36: Teorema de la desigualdad triangular-** La suma de las longitudes de dos lados cualesquiera de un triángulo es mayor que la longitud del tercer lado.
- **Teorema 37: Desigualdad LAL (Teorema de la bisagra)-** Si dos lados de un triángulo son congruentes a dos lados de otro triángulo, y el ángulo incluido en un triángulo es mayor que el ángulo incluido en el otro, entonces el tercer lado del primer triángulo es más grande que el tercer lado del segundo triángulo.
- **Teorema 38: Desigualdad LLL-** Si dos lados de un triángulo son congruentes a dos lados de otro triángulo, y el tercer lado de un triángulo es más largo que el tercer lado del otro, entonces el ángulo entre el par de lados congruentes en el primer triángulo es mayor que el ángulo correspondiente en el segundo triángulo.

- **Teorema 39:** Los lados opuestos de un paralelogramo son congruentes.
- **Teorema 40:** Los ángulos opuestos de un paralelogramo son congruentes.
- **Teorema 41:** Los ángulos consecutivos en un paralelogramo son suplementarios.
- **Teorema 42:** Las diagonales de un paralelogramo se bisecan mutuamente.
- **Teorema 43:** Si ambos pares de lados opuestos de un cuadrilátero son congruentes, entonces el cuadrilátero es un paralelogramo.
- **Teorema 44:** Si ambos pares de ángulos opuestos de un cuadrilátero son congruentes, entonces el cuadrilátero es un paralelogramo.
- **Teorema 45:** Si las diagonales de un cuadrilátero se bisecan mutuamente, entonces el cuadrilátero es un paralelogramo.
- **Teorema 46:** Si un par de lados opuestos de un cuadrilátero son al mismo tiempo paralelo y congruente, entonces el cuadrilátero es un paralelogramo.
- **Teorema 47:** Si un paralelogramo es un rectángulo, entonces sus diagonales son congruentes.
- **Teorema 48:** Si las diagonales de un paralelogramo son congruentes, entonces el paralelogramo es un rectángulo.
- **Teorema 49:** Las diagonales de un rombo son perpendiculares.

- **Teorema 50:** Si las diagonales de un paralelogramo son perpendiculares, entonces el paralelogramo es un rombo.
- **Teorema 51:** Cada diagonal de un rombo biseca un par de ángulos opuestos.
- **Teorema 52:** Los ángulos de la base de un trapecio isósceles son congruentes.
- **Teorema 53:** Las diagonales de un trapecio isósceles son congruentes.
- **Teorema 54:** La mediana de un trapecio es paralela a las bases y su medida es la mitad de la suma de las medidas de las bases.
- **Postulado 19: Semejanza AA-** Si dos ángulos de un triángulo son congruentes a dos ángulos de otro triángulo, entonces los triángulos son semejantes.
- **Teorema 55: Semejanza LLL-** Si las medidas de los lados correspondientes de dos triángulos son proporcionales, entonces los triángulos son semejantes.
- **Teorema 56: Semejanza LAL-** Si las medidas de dos lados de un triángulo son proporcionales a las medidas de dos lados correspondientes de otro triángulo y los ángulos correspondientes entre estos lados son congruentes, entonces los triángulos son semejantes.
- **Teorema 57:** La semejanza de triángulos es reflexiva, simétrica y transitiva.
- **Teorema 58: Proporcionalidad en el triángulo-** Si una recta es paralela a un lado de un triángulo y corta los otros dos lados en dos puntos diferentes, entonces divide estos lados en segmentos de longitudes proporcionales.

- **Teorema 59:** Si una recta corta dos lados de un triángulo y determina sobre dichos lados segmentos correspondientes de longitudes proporcionales, entonces la recta es paralela al tercer lado.
- **Teorema 60:** Un segmento cuyos puntos extremos son los puntos medios de dos lados de un triángulo es paralelo al tercer lado de un triángulo, y su longitud es un medio de la longitud del tercer lado.
- **Corolario 6:** Si tres o más rectas paralelas cortan dos transversales, entonces los segmentos determinados sobre las transversales son proporcionales.
- **Corolario 7:** Si tres o más paralelas cortan segmentos congruentes en una transversal, entonces estas cortan segmentos congruentes en todas las transversales.
- **Teorema 61: Perímetros proporcionales-** Si dos triángulos son semejantes, entonces sus perímetros son proporcionales a las medidas de los lados correspondientes.
- **Teorema 62:** Si dos triángulos son semejantes, entonces las medidas de las alturas correspondientes son proporcionales a las medidas de los lados correspondientes.
- **Teorema 63:** Si dos triángulos son semejantes, entonces las medidas de los correspondientes ángulos bisectores de los triángulos son proporcionales a las medidas de los lados correspondientes.
- **Teorema 64:** Si dos triángulos son semejantes, entonces las medidas de las medianas correspondientes son proporcionales a las medidas de los lados correspondientes.

- **Teorema 65: Teorema del ángulo bisector-** Un ángulo bisector en un triángulo separa el lado opuesto en segmentos que tienen la misma razón que los dos lados.
- **Teorema 66:** Si se traza la altura desde el vértice del ángulo recto de un triángulo rectángulo hasta su hipotenusa, entonces los dos triángulos que se forman son semejantes con el triángulo dado y también entre ellos.
- **Teorema 67:** La medida de la altura trazada desde el vértice del ángulo recto de un triángulo rectángulo a su hipotenusa es la media geométrica entre las medidas de los dos segmentos que se determinan en la hipotenusa.
- **Teorema 68:** Si se traza la altura hasta la hipotenusa de un triángulo rectángulo, entonces la medida de un cateto del triángulo es la media geométrica entre las medidas de la hipotenusa y la del segmento de la hipotenusa adyacente a este cateto.
- **Teorema 69: Teorema de Pitágoras-** En un triángulo rectángulo, la suma de los cuadrados de las medidas de los catetos es igual al cuadrado de la medida de la hipotenusa.
- **Teorema 70: Recíproca del teorema de Pitágoras-** Si la suma de los cuadrados de las medidas de dos lados de un triángulo es igual al cuadrado de la medida del lado más largo, entonces el triángulo es rectángulo.
- **Teorema 71:** En un triángulo de  $45^\circ - 45^\circ - 90^\circ$ , la hipotenusa es igual a  $\sqrt{2}$  multiplicado por la longitud de un cateto.
- **Teorema 72:** En un triángulo de  $30^\circ - 60^\circ - 90^\circ$ , la hipotenusa tiene longitud igual al doble de la longitud del cateto más corto, y el cateto más largo tiene una longitud igual a la del lado más corto multiplicada por  $\sqrt{3}$ .

- **Postulado 20: Postulado de la adición de arco-** La medida de un arco formado por dos arcos adyacentes es la suma de las medidas de los dos arcos. O sea que si Q es un punto PR, entonces

$$\overset{\frown}{mPQ} + \overset{\frown}{mQR} = \overset{\frown}{mPQR}.$$

- **Teorema 73:** En un círculo o en círculos congruentes, dos arcos menores son congruentes si y solo si sus cuerdas correspondientes son congruentes.
- **Teorema 74:** En un círculo, si un diámetro es perpendicular a una cuerda, entonces biseca la cuerda y su arco.
- **Teorema 75:** En un círculo o en círculos congruentes, dos cuerdas son congruentes si, y solamente si, son equidistantes del centro.
- **Teorema 76:** Si un ángulo está inscrito en un círculo, entonces la medida del ángulo es igual a la mitad de la medida de su arco intersecado.
- **Teorema 77:** Si dos ángulos inscritos de un círculo o de círculo congruentes intersecan arcos congruentes, o el mismo arco, entonces los ángulos son congruentes.
- **Teorema 78:** Si dos ángulos inscritos de un círculo intersecan un semicírculo, entonces el ángulo es recto.

- **Teorema 79:** Si un cuadrilátero está inscrito en un círculo, entonces los ángulos opuestos son suplementarios.
- **Teorema 80:** Si una recta es tangente a un círculo, entonces es perpendicular al radio trazado al punto de tangencia.
- **Teorema 81:** Si en un plano, una recta es perpendicular a un radio de un círculo, en el extremo que está en el círculo, entonces la recta es tangente al círculo.
- **Teorema 82:** Si dos segmentos trazados desde el mismo punto exterior son tangentes a un círculo, entonces son congruentes.
- **Teorema 83:** Si una secante y una tangente se intersecan en el punto de tangencia, entonces la medida de cada ángulo formado es igual a la mitad de la medida del arco intersecado.
- **Teorema 84:** Si dos secantes se intersecan en el interior de un círculo, entonces la medida de un ángulo formado es la mitad de la suma de las medidas de los arcos intersecados por el ángulo y su ángulo vertical.
- **Teorema 85:** Si dos secantes, una secante y una tangente, o dos tangentes se intersecan en el exterior de un círculo, entonces la medida del ángulo formado es la mitad de la diferencia positiva entre las medidas de los arcos intersecados.
- **Teorema 86:** Si dos cuerdas se intersecan en un círculo, entonces los productos de las medidas de los segmentos de las cuerdas son iguales.
- **Teorema 87:** Si se trazan dos segmentos secantes a un círculo desde un punto exterior, entonces el producto de las medidas de un segmento y su segmento secante externo es igual al producto de las medidas de los otros segmentos secantes y su segmento secante externo.

- **Teorema 88:** Si se trazan un segmento tangente y uno secante a un círculo desde un punto exterior, entonces el cuadrado de la medida del segmento tangente es igual al producto de las medidas del segmento secante y su segmento secante externo.
- **Teorema 89: Teorema de suma de ángulos interiores-** Si un polígono convexo tiene  $n$  lados y  $S$  es la suma de las medidas de los ángulos interiores, entonces  $S = m 180 (n - 2)$ .
- **Teorema 90: Teorema de suma de ángulos exteriores-** Si un polígono convexo, entonces la suma de las medidas de los ángulos exteriores, uno en cada vértice, es  $360^\circ$ .
- **Postulado 21:** El área de una región es la suma de las áreas de todas sus partes, con la condición de que ellas no se traslapen.
- **Postulado 22:** Las figuras congruentes tienen igual área.
- **Postulado 23: Postulado de probabilidad de longitud-** Si se escoge al azar un punto del  $\overline{AB}$  y  $C$  está entre  $A$  y  $B$ , entonces la probabilidad de que el punto esté en  $AC$  es  $= \frac{\text{longitud de } AC}{\text{longitud de } AB}$ .
- **Postulado 24: Postulado de probabilidad de área:** Si se escoge al azar un punto en la región  $A$ , entonces la probabilidad de que el punto esté en la región  $B$ , contenida en la región  $A$ ,  $\frac{\text{área de la región } B}{\text{área de la región } A}$

- **Teorema 91:** Si dos sólidos son similares con un factor de escala de  $\alpha : b$ , entonces las áreas de superficie tienen una razón  $\alpha^2 : b^2$  y los volúmenes tienen una razón  $\alpha^3 : b^3$ .
- **Teorema 92: Forma pendiente-intercepto-** Si la ecuación de una recta se escribe en la forma  $y = mx + b$ , entonces  $m$  es la pendiente de la recta y  $b$  es el intercepto en  $y$ .
- **Teorema 93:** Dados dos puntos  $A(x_1, y_1, z_1)$  y  $B(x_2, y_2, z_2)$  en el espacio, la distancia entre  $A$  y  $B$  está dada por la siguiente ecuación:

$$\overline{AB} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}.$$

- **Postulado 25:** En una rotación dada, si  $A$  es la preimagen,  $P$  es la imagen y  $W$  es el centro de rotación, entonces la medida del ángulo de rotación  $\angle AWP$  es dos veces la medida del ángulo formado por la intersección de las rectas de reflexión.
- **Teorema 94:** Si una dilatación con centro en  $C$  y factor de conversión  $k$  envía  $A$  a  $E$  y  $B$  a  $D$ , entonces  $\overline{ED} = k(\overline{AB})$ .

## COLABORADORES

---

El Programa de Matemáticas agradece el compromiso y las valiosas aportaciones de todos los educadores que formaron parte del proceso de revisión curricular. Sus esfuerzos y conocimientos contribuyeron al desarrollo, revisión y validación del documento de Estándares de Contenido y Expectativas del Grado de Matemáticas.

**Prof.<sup>a</sup> Adeline Alicea Félix**  
Maestra  
Escuela Salvador Brau

**Sra. Ivette Calderón Calo**  
Miembro de la Comunidad

**Prof.<sup>a</sup> María M. Cruz Orellana**  
Facilitadora Docente  
ORE Humacao

**Prof. Ricardo Almodóvar**  
Facilitador Docente  
ORE Ponce

**Prof. Emmanuel Caraballo Colón**  
Maestro  
Escuela Genaro Cautiño

**Prof.<sup>a</sup> Ruth Díaz Huertas**  
Maestra  
Escuela Juana Sánchez

**Prof.<sup>a</sup> Militzá Alvarado Ramos**  
Maestra  
Escuela Sup. Voc. María S. Lacot

**Prof.<sup>a</sup> Fiorda Caridad**  
Maestra  
Escuela Sotero Figueroa

**Prof.<sup>a</sup> Lilliam Figueroa Espada**  
Maestra  
Escuela Gilberto Concepción de Gracia

**Sra. Mariceli Avilés Santiago**  
Directora Escuela Salvador Brau

**Prof.<sup>a</sup> Vanessa Cintrón de Jesús**  
Maestra  
Escuela Genaro Cautiño

**Prof.<sup>a</sup> Iria C. Flores Jenaro**  
Facilitadora Docente  
ORE Caguas

**Prof. Luis Barriento Cancel**  
Maestro  
Escuela Leonides Morales

**Prof. Lisandro Colón Bergollo**  
Maestro  
Escuela Carlos Colón Burgos

**Prof.<sup>a</sup> Omayra García**  
Facilitadora Docente  
ORE Arecibo

**Prof.<sup>a</sup> Ana E. Bonilla Saldaña**  
Maestra  
Escuela René Marqués

**Prof. Carlos J. Colón Rivera**  
Maestro  
Escuela Carlos Colón Burgos

**Prof.<sup>a</sup> Karolimar García Medina**  
Maestra  
Escuela Juana Sánchez

**Sra. Cynthia Guzmán Ramos**  
Miembro de la Comunidad

**Dr. Omar Hernández**  
Profesor  
UPR- Río Piedras

**Prof.<sup>a</sup> Blenda de Jesús Bolorín**  
Maestra  
Escuela El Coquí

**Dra. Iliá Jiménez Monroig**  
**Profesora**  
Universidad Ana G. Méndez

**Prof.<sup>a</sup> Juanita López**  
Maestra  
Escuela Pedro Colón Santiago

**Prof. José R. López Montañez**  
Maestro  
Escuela Miguel A. Juliá Collazo

**Prof.<sup>a</sup> Yamilette Lugo Ortiz**  
Facilitadora Docente  
ORE Mayagüez

**Prof.<sup>a</sup> María Martínez Montañez**  
Maestra  
Escuela Sotero Figueroa

**Prof.<sup>a</sup> Dennise Mercado Vélez**  
Maestra  
Escuela René Marqués

**Prof. Héctor Miranda Ortiz**  
Maestro  
Escuela Inés María Mendoza

**Prof.<sup>a</sup> Isamalia Muñiz Nieves**  
Maestra  
Escuela Dr. Juan J. Osuna

**Prof.<sup>a</sup> Eunice Muñoz Rivera**  
Maestra  
Escuela Genaro Cautiño

**Prof.<sup>a</sup> Jazmín Nieves Negrón**  
Maestra  
Escuela Salvador Brau

**Prof.<sup>a</sup> Rosalis Ortiz Montes**  
Maestra  
Escuela University Gardens

**Prof.<sup>a</sup> Nicolle Otero Luciano**  
Maestra  
Escuela Lino Padrón Rivera

**Dra. Raquel Pérez Rodríguez**  
Maestra  
Escuela Abelardo Martínez Otero

**Prof.<sup>a</sup> Melissa Pérez Villegas**  
Maestra  
Escuela El Conquistador

**Dr. José M. Plaza**  
Profesor  
UPR- Río Piedras

**Prof.<sup>a</sup> Brunilda Rivera Colón**  
Miembro de la comunidad

**Dra. Yvette Rivera Martínez**  
Profesora  
Universidad Interamericana

**Prof.<sup>a</sup> Lydivette Rodríguez Báez**  
Maestra  
Escuela Dr. José Celso Barbosa

**Prof. Juan José Rodríguez Fernoz**  
Programa Montessori

**Prof.<sup>a</sup> Yolanda Rodríguez Figueroa**  
Maestra  
Escuela Juan Morel Campos

**Dra. Evelisse Rosado Rivera**  
Escuela Superior Vocacional  
Pablo Colón Berdecía

**Prof.<sup>a</sup> Norma Sambrana Cruz**  
Maestra  
Escuela Pedro Meléndez Santiago

**Prof.<sup>a</sup> Jacklyn Z. Santana Negrón**  
Maestra  
Escuela James Garfield

**Prof.<sup>a</sup> Sonia Santiago García**  
Maestra  
Escuela Pedro Colón Santiago

**Prof.<sup>a</sup> Silvializ Soto**  
Maestra  
Escuela Bilingüe Juan Ponce de León

**Prof.<sup>a</sup> Esperanza Soto Rivera**  
Maestra  
Escuela Pedro Albizu Campos

**Prof.<sup>a</sup> Lilliana Torres**  
UPR- Río Piedras

**Prof.<sup>a</sup> Aileen Vélez Torres**  
Maestra  
Escuela Genaro Cautiño

**Prof.<sup>a</sup> Aixa Virella Rivera**  
Maestra  
Escuela Pedro Carlos Timothée